II-117　放流量同時分布を用いた貯水池の利水機能評価の研究

名古屋工業大学　○学生員　鈴木正人　　正員　長尾正志　　学生員　川口篤昭

１．　研究の概要

著者らは、相関離散分布流量を受ける貯水池問題を、貯水量を対象に、定常状態における貯水量分布の導出を基礎として、間接的に放流量特性を導き、その利水問題への適用を、確率行列の手法を用いて考察してきた。本研究は、その拡張として、直接、放流量に着目して、一次の自己相関性を取り入れた放流量同時分布を求める手法を示すと共に、その結果を用いた貯水池の利水機能評価を行ったものである。

２．　２段階推移モデルによる貯水池理論[1]

貯水量の推移を、流入量による推移（貯留推移）と、放流量による推移（放流推移）の２段階に分けて考える。いま、t期の期首、期末における先行する期間流入量を勘案した貯水状態の確率ベクトルを $\{H\}_t^1$, $\{H\}_t^2$ とする。ここに、$\{H\}_t^1$ は要素 $hij_t^1 \equiv Prob[Z_t^1=j, Q_{t-1}=i]$ で，$\{H\}_t^2$ は要素 $hij_t^2 \equiv Prob[Z_t^2=j, Q_t=i]$、(i=0,1,･･,n; j=0,1,･･,K) で構成される。Zは貯水状態、Qは流入量、Kは貯水池容量、nは生起流入量の上限を意味し、貯水状態、流入量は、ともに同じ単位量で、量的、時間的に離散化表示する。まず、貯留推移は、次式で表される。

$$\{H\}_t^2 = \{H\}_t^1 \cdot G \quad \cdots(1)$$

ここで、Gは貯留推移を表す推移確率行列で、その要素は流入量の条件付き確率と貯水池容量で決定できる。

次に放流推移は次式で表される。

$$\{H\}_{t+1}^1 = \{H\}_t^2 \cdot R \quad \cdots(2)$$

上式で、Rは放流推移を表す推移行列で、その要素は、0または1からなる。すなわち、$Z_t^2=j$, $Q_t=i$ の時の放流量を R(ij) とすると、hij_t^2 に対応する行のうち、$hi(j-R(ij))_{t+1}^1$ に対応する列に1が入り、他の要素は0である。(1),(2)式より次式が成り立ち、単位期間を経た期首の貯水状態の推移が表される。

$$\{H\}_{t+1}^1 = \{H\}_t^1 \cdot P, \qquad P \equiv G \cdot R \quad \cdots(3)$$

結局、先行する期間流入量を勘案した期首の貯水量の定常分布を $\{W\}^1$ とすると、確率行列の特性および次式の連立方程式を満たすことにより、$\{W\}^1$ が求められる。

$$\{W\}^1 = \{W\}^1 \cdot P \quad \cdots(4)$$

３．　放流量同時分布の導出

貯水池からの放流には、管理者が意図的に利水のために取水放流するものと、貯水量が満杯になり、溢流することによる無効放流との二つがある。ここでは、溢流は無効放流と考え、実質的な放流取水のみを対象として議論しておく。なお、溢流量や溢流量を加味した放流量の同時分布も、２段階推移モデルにおいて、貯水池容量を流入量上限分だけ拡張することにより、ほぼ同じ手順で求めることができる。

放流量R(ij) の生起確率を求めることは、R(ij)に対応した hij_t^2 $(=Prob[R_t=R(ij)])$ を求めることに他ならない。したがって、各期末の貯水状態の推移を、次式によって表す。

$$\{H\}_{t+1}^2 = \{H\}_t^2 \cdot [R \cdot G] \quad \cdots(5)$$

推移確率行列〔R・G〕の各要素は、hij_t^2 から、huv_{t+1}^2 (i,u=0,1,･･,n; j,v=0,1,･･,K) への推移確率を意味するが、これは放流量から考えると、$R_t=R(ij)$ という条件付きの $R_{t+1}=R(uv)$ が生起する確率である。したがって、放流量 R_t, R_{t+1} の同時分布は、次式で求められる。

$$Prob[R_t=R(ij),\ R_{t+1}=R(uv)] = hij_t^2 \times (\text{〔R・G〕のij行、uv列に対応する要素}) \cdots(6)$$

いま、放流量の目標値（目標放流量）をMとすると、放流量の範囲は R(ij)=0，1，・・M であるから、(6)式を各放流量に対応して次式のような総和を取ることで放流量の同時分布が求められる。

$$Prob[R_t=L,\ R_{t+1}=S] = \Sigma\, Prob[R_t=R(ij),\ R_{t+1}=R(uv)] \quad (L,\ S=0,\ 1,\ \cdots M)$$

（Σ：R(ij)=L,R(uv)=Sとなる全てのi,j,u,vの組に対する総和（i,u=0,1,･･,n; j,v=0,1,･･,K））･･･(7)

同時分布から、放流量の平均や自己相関係数などの統計量を求めることができる。なお、定常状態における、

放流量同時分布を求めるには、(4)式の解 $\{W\}^1$ にGを乗じた、$\{W\}^2=\{W\}^1\cdot G$ の要素、w_{ij}^2 を(6)式の $h_{ij_t}^2$ の代わりに用いればよい。

4． 利水機能評価関数

放流量同時分布は、直列接続の貯水池において下流の貯水池への入力として用いられるなどその適用は多岐にわたると思われるが、ここでは、以下に示す利水機能評価関数を設定し、放流量の評価を行った。

目標充足期待値 $\equiv M\times \mathrm{Prob}\,[R_t=M,\ R_{t+1}=M]$ ・・・(8)

期待自乗不足率 $\equiv \sum_{L,S=0}^{M}\left[\{(M-L)+(M-S)\}/2M\right]^2\times \mathrm{Prob}\,[R_t=L,\ R_{t+1}=S]$ ・・・(9)

(8)式の目標充足期待値は、目標放流量に、目標放流量が時間的に継続して満たされる確率を乗じたもので、この値が大きいほど、放流量が安定して供給されることを意味する。また、(9)式の期待自乗不足率は、時間的に連続する期間における、目標放流量に対する不足率の自乗で、水不足に対する厳しさの重み付けをした期待値である。

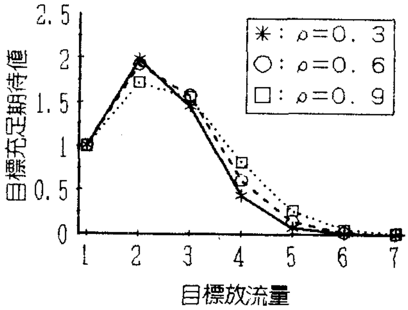
5． 適用計算例

流入量分布に、上限n＝8，形状母数a＝0.3，相関係数 ρ＝0.3,0.6,0.9の相関二項分布（平均2.4、分散1.68）を用い、貯水池容量K＝15の条件で、定常状態における放流量同時分布を求め、放流量の統計量および利水機能評価関数を求める。目標放流量Mは1～7の7通りで、貯水池の操作方法は、貯水量が目標放流量以上であれば目標放流量を、それ以下であれば貯水量全部を放流するとした、いわゆる節水を考えない操作を採用する。

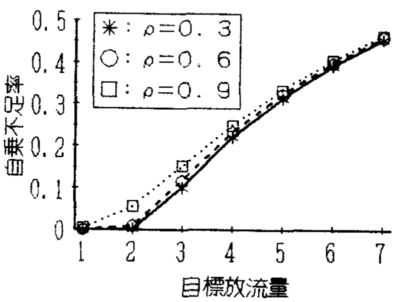
表－1 目標放流量と放流量各種統計量

目標放流量	1	2	3	4	5	6	7
放流量平均	1.00	1.97	2.38	2.40	2.40	2.40	2.40
放流量分散	－	0.04	0.80	1.44	1.64	1.68	1.68
自己相関係数	－	0.60	0.65	0.62	0.61	0.60	0.60

ρ＝0.6の流入量分布の場合、各目標放流量に対する放流量の平均、分散、自己相関係数を表－1に示す。目標放流量が大きくなるにつれて、統計量が流入量のそれに近くなる。今の場合、節水を考慮しない操作方法であるから、流入量平均に比べて目標放流量が大きいと、ほとんど貯留されることなく放流されるので、貯水池の効果が現れないためであろう。利水上、適した目標放流量といった観点からみると、放流量の平均値がほぼ流入量平均と等しく、分散が約半分と変動が小さい、目標放流量3の場合が適当であろう。自己相関係数も0.65と流入量の相関より大きく、放流後の流量が安定してくることを意味する。



図－1 目標放流量と目標充足期待値



図－2 目標放流量と自乗不足率

次に、目標放流量と目標充足期待値との関係を図－1に示す。どの相関係数の場合も、目標放流量2で最大になっている。離散化量で取り扱っているため明確なピークは得られないが、連続的な内挿によって最適目標放流量を推定することができよう。目標放流量が小さい場合には、相関係数が大きいと、目標充足期待値が小さく、逆に目標放流量が大きいと、相関係数が大きいと目標充足期待値が大きくなる。これは、目標放流量が小さいと、少ない量の持続性が、利水上、不利に働くが、目標放流量が大きいと、大きい量の持続性が利水上、有利に働くためであろう。

また、目標放流量と自乗不足率との関係を図－2に示す。目標放流量が大きいと、自乗不足率もそれにつれて大きくなる。相関係数が大きいほど、自乗不足率が大きくなっているが、特に目標放流量が小さい場合にその影響は顕著である。放流量全体からみれば、流入量の相関が強いほど、利水上、不利になるようだ。

6． 参考文献 1）鈴木正人・長尾正志：2段階推移モデルによる相関離散分布流量を受ける貯水池理論，土木学会論文集，第411号／II－12，pp.161-168 ，1989