

II-95

カルマンフィルタによる地下水位の予測について

八代高専 正員 藤野 和徳

九州大学 正員 神野 健二

1. はじめに

各種の地下水障害の発生に対し、地下水の流向や地下水質等の地下水調査が積極的に行われている。しかし、観測データには種々の誤差が含まれている可能性があり、この誤差を取り除いた上での地下水解析や地下水パラメータの同定を行う必要があると思われる。本報は、地下水位の観測値より地下水定数の同定と同時に地下水位の予測を行うことを目的とし、カルマンフィルタによる算定手法の定式化を行い、その解について検討を行うものである。

2. システム方程式

次式の地下水流の方程式を考える。

$$\lambda \partial h / \partial t = T(\partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial y^2) + r \quad (1)$$

ここに、 $h(x, y, t)$: 地下水位、 λ : 空隙率、 T : 透水量係数、 r : 地下へ浸透する降雨量

地下水位 h を求めるに当たって、観測点の位置が任意であることを考慮し、ここでは、 l_x 、 l_y を基本波長として h をフーリエ級数に展開する。

$$h(x, y, t) = \sum \sum [A_{mn}(t) \cos f_1(x, y, m, n) + B_{mn}(t) \sin f_1(x, y, m, n) + C_{mn}(t) \cos f_2(x, y, m, n) + D_{mn}(t) \sin f_2(x, y, m, n)] \quad (2)$$

$$f_1(x, y, m, n) = (2\pi m / l_x)x + (2\pi n / l_y)y, \quad f_2(x, y, m, n) = (2\pi m / l_x)x + (2\pi n / l_y)y \quad (3)$$

式(2)を式(1)に代入し、時空間的に一定である T/λ を G で表わし、フーリエ級数の係数と $G=T/\lambda$ を同定する場合、次のように重み係数 f_m を用いて線形化をし、システム方程式とした(下線部既知量)。

$$G(k+1) = G(k), \quad A_{00}(k+1) = A_{00}(k) + \Delta t \cdot r / \lambda$$

$$A_{mn}(k+1) = [1 - f_s \cdot \Delta t \cdot G(k) \cdot g] \cdot A_{mn}(k) - (1 - f_s) \cdot \Delta t \cdot g \cdot A_{mn}(k) \cdot G(k)$$

$$B_{mn}(k+1) = [1 - f_s \cdot \Delta t \cdot G(k) \cdot g] \cdot B_{mn}(k) - (1 - f_s) \cdot \Delta t \cdot g \cdot B_{mn}(k) \cdot G(k) \quad (4)$$

$$C_{mn}(k+1) = [1 - f_s \cdot \Delta t \cdot G(k) \cdot g] \cdot C_{mn}(k) - (1 - f_s) \cdot \Delta t \cdot g \cdot C_{mn}(k) \cdot G(k)$$

$$D_{mn}(k+1) = [1 - f_s \cdot \Delta t \cdot G(k) \cdot g] \cdot D_{mn}(k) - (1 - f_s) \cdot \Delta t \cdot g \cdot D_{mn}(k) \cdot G(k)$$

$$g = (2\pi m / l_x)^2 + (2\pi n / l_y)^2 \quad (5)$$

3. 観測方程式

地下水位の観測値は次式で与えられる。

$$h(i, t) = \sum \sum [A_{mn}(t) \cos f_1(x_i, y_i, m, n) + B_{mn}(t) \sin f_1(x_i, y_i, m, n) + C_{mn}(t) \cos f_2(x_i, y_i, m, n) + D_{mn}(t) \sin f_2(x_i, y_i, m, n)] \quad (6)$$

ここに、 i は観測点の番号であり、($i=1 \sim I$)であり、 x_i 、 y_i は観測点の位置である。

ここでも、 $G(k)$ の寄与を含んだ観測方程式を得るため、時間的な水位差が観測されるとして、 f_m を重みとして、次式を観測方程式に付け加え、合計 $2I$ 個の観測方程式を構成した(下線部既知量)。

$$h(i, k+1) - h(i, k)$$

$$= \sum \sum [-\Delta t \cdot f_m \cdot G(k) \cdot g \cdot \cos f_1(x_i, y_i, m, n) \cdot A_{mn}(k+1) - \Delta t \cdot f_m \cdot G(k) \cdot g \cdot \sin f_1(x_i, y_i, m, n) \cdot B_{mn}(k+1)$$

$$- \Delta t \cdot f_m \cdot G(k) \cdot g \cdot \cos f_2(x_i, y_i, m, n) \cdot C_{mn}(k+1) - \Delta t \cdot f_m \cdot G(k) \cdot g \cdot \sin f_2(x_i, y_i, m, n) \cdot D_{mn}(k+1)]$$

$$+ \sum \sum [-\Delta t \cdot (1 - f_m) \cdot g \cdot \{A_{mn}(k) \cdot \cos f_1(x_i, y_i, m, n) + B_{mn}(k) \cdot \sin f_1(x_i, y_i, m, n)$$

$$+ C_{mn}(k) \cdot \cos f_2(x_i, y_i, m, n) + D_{mn}(k) \cdot \sin f_2(x_i, y_i, m, n)\}] \cdot G(k+1) \quad (7)$$

以上、システム方程式(4)、観測方程式(6)、(7)を、カルマンフィルタのアルゴリズムに適用し、地下水位の予測および地下水定数の同定を行う。

4. 適用例と検討

図-1に示す50cm四方の解析領域中に観測点を35箇所設け、1秒間隔で地下水位を観測した場合について、本手法を検討するため、地下水位の予測及び $G = \text{透水量係数} / \text{空隙率}$ を同定してみる。なお、観測値は、 $T/\lambda = 0.5 \text{ cm}^2/\text{sec}$ として、式(1)を差分法により数値解析し、その結果に観測誤差として分散1の正規乱数を付加したものとしている。

図-2は100秒時の地下水位分布である。図-3～5は基本波長 $l_x = l_y = 100 \text{ cm}$ 、フーリエ級数の項数 m, n は0～4とし、 $f_s = f_m = 0.5$ を用いた場合の地下水の予測と地下水定数の同定結果を示したものである。図-3、図-4より本手法で予測、同定は可能と考えられる。また、図-6は重み係数 f_s, f_m を変化させた場合の、図-7は基本波長 l_x, l_y を変えた場合の、図-8はフーリエ級数の項数を変えた場合の予測残差の分散の平均値を示している。結果は、重みに係数については0.5以下が、基本波長は領域長の2倍程度とった場合が良い結果を示している。

参考文献

1) 藤野、神野：カルマンフィルターによる地下水位の予測について、平成元年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集

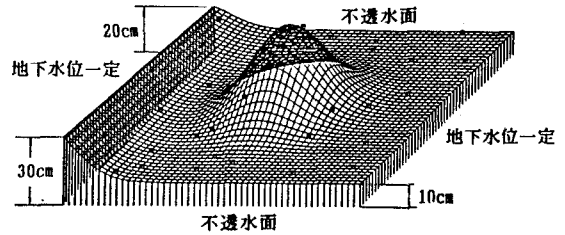


図-1 解析領域 (初期地下水位分布)

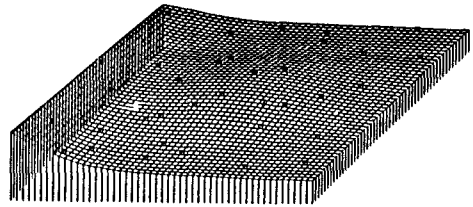


図-2 100秒時の観測地下水位分布

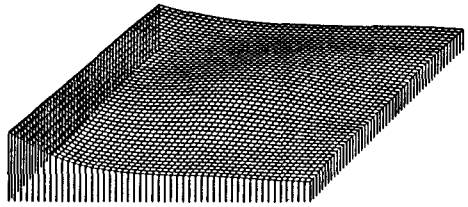


図-3 90秒時での100秒時の地下水位予測値

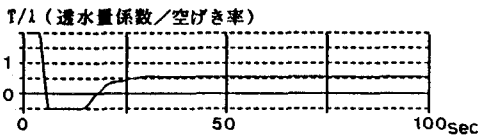


図-4 $G = T/\lambda$ の同定結果 (真値0.5)

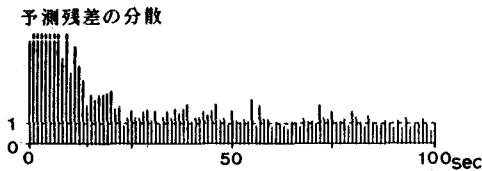


図-5 予測残差の分散

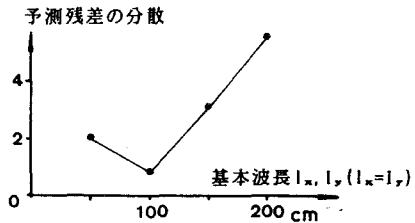


図-7 基本波長と予測残差の分散との関係

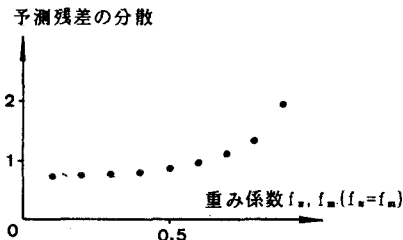


図-6 重み係数と予測残差の分散との関係

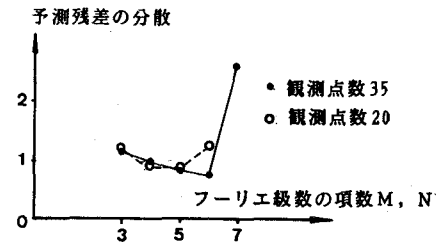


図-8 項数と予測残差の分散との関係