

株式会社 日水コン 正員 蔵重俊夫
 株式会社 日水コン 正員 〇和田芳樹
 株式会社 日水コン 正員 武元伸夫

1. はじめに

洪水予測の流出解析モデルとして、貯留関数法が多く用いられている。貯留関数法は、降雨-流域貯留-流出の過程を物理モデルで表現したもので、パラメータ数が少なく、その推定が容易なわりに計算精度が高いなどの利点を有している。しかし、そのパラメータ値は流出現象の集中モデル化のため出水期間中においても大きく変化することから¹⁾、貯留関数法を洪水予測に適用する場合、パラメータの選択が大きな問題となる。

このような問題意識から、本稿は、非線形カルマン・フィルターを貯留関数法のパラメータの推定に適用し、出水期間中にパラメータを更新する適応的洪水予測の事例研究を行なったものである。

2. モデルの概要

2-1. カルマン・フィルター

Kalman (1960) の発表した予測理論は、線形前進形の予測モデルに対し、予測した時点の状態量についての観測値が得られた段階でその値をカルマン・フィルターと呼ばれる演算操作により修正し、その修正された値をもとに次の予測を行なう方法を理論的にモデル化したものである。従って、カルマン・フィルターは、逐次観測される流量データによりパラメータを更新し、そのパラメータを用いて流量予測を行なう適応的な洪水予測への適用性が高い²⁾。

2-2. 貯留関数法への適用

貯留関数法は、洪水解析を目的として考案されたものであり、降雨-流出関係の間に流域貯留という概念を含めて、降雨-流出の非線形性を表現したものである。貯留関数法のモデル式を表-1. の(1)、(2)式に示す。本稿では、カルマン・フィルターで推定すべき状態量として、流出計算結果にその変化が大きく影響を及ぼすパラメータKと、観測誤差を考慮して流出量Qを設定するものとした。なお、パラメータKは(3)式に示すように、時間により変化しないものとして設定した。(1)~(3)式は状態量に関して非線形であるので、カルマン・フィルターを適用するため、推定すべき状態量を(4)式のように設定し、(5)式のように既往の値 x^* についてテーラー展開して線形化した。(5)式において、 $A(x^*)$ とBは定数系列であるので、(6)式のような漸加式に変形できる。(6)式にシステム誤差Vを加えた(7)式をカルマン・フィルターのシステム方程式とし、(8)式を観測方程式とした。なお、K値の観測値は(9)式に示すように実績流量データから逆算推定を行なうことから求めた。

3. モデルの適用性の検討

本モデルの適用性の検討を行なった流域は、流域面積約100km²のダム流域である。ここでは、まず、パラメータKのシステム誤差分散と流出量Qの観測誤差分

表-1. モデル式

$$S = KQ^P \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{ds}{dt} = R - Q \quad \text{----- (2)}$$

$$\frac{dK}{dt} = 0 \quad \text{----- (3)}$$

$$F(x) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{pmatrix} \quad \text{----- (4)}$$

ただし、 $x_1 = Q$ 、 $x_2 = K$

$$\begin{aligned} F(x) &= F(x^*) + A(x^*)(x - x^*) \\ &= A(x^*)x + \{F(x^*) - A(x^*)x^*\} \\ &= A(x^*)x + B \quad \text{----- (5)} \end{aligned}$$

ただし、 $x^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{pmatrix}$

$$A(x^*) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{pmatrix} \bigg|_{x=x^*}$$

$$B = F(x^*) - A(x^*)x^*$$

$$x_{n+1} = \Phi x_n + \Gamma B \quad \text{----- (6)}$$

$$x_{n+1} = \Phi_n x_n + \Gamma_n B_n + V_n \quad \text{----- (7)}$$

$$z_n = H_n x_n + W_n \quad \text{----- (8)}$$

ただし、

z_n : n時の観測値

W_n : 観測誤差

V_n : システム雑音

H : 単位行列

$$K^* = \left[\hat{K}_{n-1} \cdot \hat{Q}_{n-1}^P + \Delta T \cdot \{ R_n - (Q_n^* + \hat{Q}_{n-1}) / 2 \} \right] / Q_n^* P \quad \text{----- (9)}$$

ここで、* : 観測値、^ : 最適推定値を示す。

散を設定した。設定した誤差分散を表-2. に示す。流出量の観測値にはある程度の誤差が含まれると考えられるが、実際の流水管理が実測データに基づき行なわれていること、さらに、当流域の観測流量がダムの流入量であり、河道のH-Q式による観測流量に比べて極めてその精度が高いことから、同表に示すように流出量の観測誤差はほとんどないものとして設定した。また、K値の誤差分散は、誤差分散を数ケース定めて試行を繰り返し、パラメータKならびに流出量Qの推定精度の高い誤差分散を採用した。パラメータKの推定結果を図-1. に示す。

以上で設定した誤差分散を用いて、本モデルの有効性を検証した。結果を図-2. に示す。同図は、実績降雨量を用い、カルマン・フィルターにより各時刻のパラメータを推定し、そのパラメータを用いて3時間先の流出量を予測したものである。なお、同図には定数固定現時刻合わせ（パラメータは変化させず、最新の実績流出量を初期流量として予測する方法）の3時間先の予測結果も併せて示している。

同図に示すように、カルマン・フィルターによる予測結果は定数固定現時刻合わせと比較し、出水の立ち上がり部からピークにかけてその予測精度が特に向上することが認められた。これは、図-1. に示すように、貯留関数法のパラメータKが出水の立ち上がり部で小さくなっており、本モデルがこの傾向を的確に捉え、パラメータKを小さく推定したことが予測精度の向上につながったものと考えられる。

なお、予測時間が長くなるに従って、定数固定現時刻合わせと比較し、本モデルの予測精度は悪くなる傾向がうかがえた。これは、出水の立ち上がり部で推定した小さめのK値を用いて出水の低減部（パラメータK値は図-1. に示すように出水の低減部では大きくなっている。）を予測したことによる原因があると考えられる。

以上より、本予測モデルは3時間先程度の予測に適しており、かつ、出水の立ち上がり部からピークにかけての予測に有効であると考えられる。

4. おわりに

本稿は、洪水予測の流出解析モデルとして多く用いられている貯留関数法のパラメータの推定にカルマン・フィルターを適用した適応的洪水予測を提案した。

本モデルの予測結果を定数固定現時刻合わせと比較した結果、本モデルは3時間先程度の予測に適しており、かつ、出水の立ち上がり部からピークにかけての予測に極めて有効であることが認められた。しかし、前述したように、パラメータKは出水の立ち上がり部、低減部により大きく変化することから、この点を踏まえて長時間予測にも適用できるように本モデルを改良していくことが課題として残る。

〔参考文献〕 1) 椎葉 充晴: 流出系のモデル化と予測に関する基礎的研究、1983. 2) 宝 馨、高棹 琢馬、椎葉 充晴: 洪水流出の確率予測における実際的手法、土木学会第28回水理講演会論文集、1984.

表-2. 誤差分散

誤 差	最 大 値	許 容 範 囲	誤 差 分 散
流 量	100m ³ /s	0.01 %	0.01
K 値	100	30 %	900

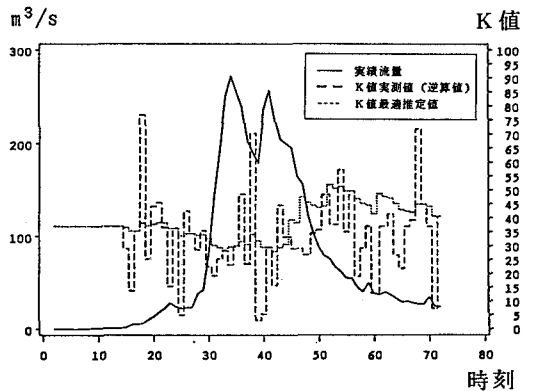


図-1. K値最適推定値および
K値観測値（逆算値）

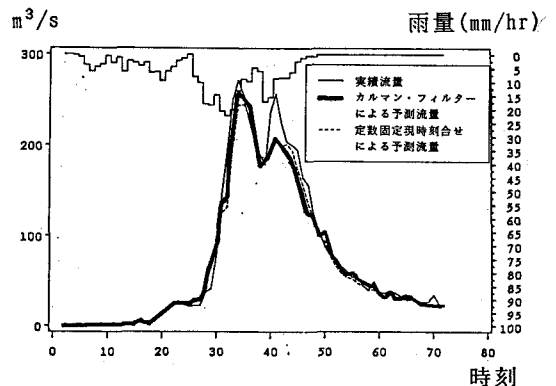


図-2. カルマン・フィルターによる
3時間先予測結果