

II-35

河道網の変動特性が流出特性に及ぼす影響

北見工業大学

正員 早川 博

北海道大学工学部

正員 藤田睦博

苫小牧工業高等専門学校

正員 嵯峨 浩

北海道開発局

正員 橋本謙秀

1.はじめに 著者らはリカーマンチエド方式の河道網理論に基づき、河道網の特性量の期待値を用いた集水過程について明かにしてきた¹⁾。しかし、実河道網の特性量は確率的に変動しており、本論文ではこのような河道網の変動特性を考慮した集水過程を明かにし、流出特性に及ぼす影響について考察する。

2.河道網の変動特性 河道網のリンク長とそれに付随する面積の確率分布は、対数正規分布やガンマ分布に従うと言われており²⁾、今回対象とした石狩川水系忠別川(流域面積 $A_t=144.9\text{km}^2$ 、マグニエド $N=22$)もガンマ分布が良く適合し、後の解析では式(1)のガンマ分布を用いた。また、マグニエド N の河道網パターン³⁾の特性は、河道網の末端から J 本のリンク数だけ遡った位置にあるリンク数、すなわち小流域数 K の確率分布で表現できる。 K の生起確率分布を $D(N, J, K)$ とすると、式(2)のようになる。図-1は $N=10$ の場合の $D(N, J, K)$ の分布形で、実線はその期待値 $C(N, J)$ である。なお、詳しくは文献(3)を参照されたい。

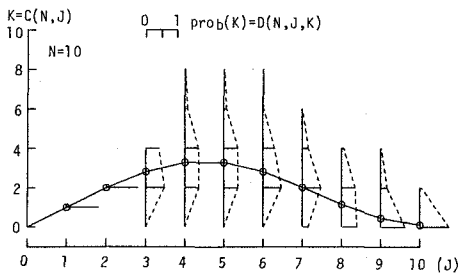


図-1 小流域数 K の生起確率分布 $D(N, J, K)$

3.河道網特性を考慮した集水過程 まず、河道末端から J 本リンクを遡った所に位置する小流域からの流出を考える。この小流域の出口から河道末端までの河道長 L_{J-1} は $J-1$ 本のリンクから成り、 L_{J-1} の確率密度 $f_{J-1}(L_{J-1})$ を求めると、式(5)のように $f_1(L)$ の $J-1$ 回畳み込み積分となる。流量の伝播速度を V とすると、河道長 L_{J-1} を流下するのに要する時間 T は、 $T=L_{J-1}/V$ であるので、 T の確率密度 $p_{J-1}(T)$ は $p_{J-1}(T)=V \cdot f_{J-1}(V \cdot T)$ となり、任意の時刻 t までに流量が河

道末端に達する確率 P_t は式(6)で得られる。次に、小流域数 K が1個の場合を考える。リンク長 L と小流域面積 A が独立であると仮定すると、河道末端における流量 $Q_J(t)$ は P_t のもとでの条件付き確率として式(7)のようになる。ここで、 q_u は小流域からの比流量($\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$)である。したがって、 $Q_J(t)$ の確率密度 $p_0(Q_J(t))$ は式(8)のようになる。更に、小流域数が K 個である場合の $Q_J(t)$ の確率密度 $p_{0K}(Q_J(t))$ は、リンク長の場合と同様に K 回の畳み込み積分となる。ところで、 K が前述の $D(N, J, K)$ なる確率分布をしていると、 J 本リンクを遡った位置にある小流域からの流量 $Q_J(t)$ の確率密度 $p_0(Q_J(t), J)$ は、式(9)のように $p_{0K}(Q_K(t))$ と $D(N, J, K)$ の積の重ね合わせとなる。

したがって、最終的に流域全体の流量 $Q(t)$ の確率

$$\left. \begin{aligned} f_1(L) &= \frac{\lambda_1^{-1} L^{\lambda_1-1}}{\Gamma(\lambda_1)} e^{-\lambda_1 L} \\ p_0(A) &= \frac{\lambda_2^{-1} A^{\lambda_2-1}}{\Gamma(\lambda_2)} e^{-\lambda_2 A} \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} D(N, J+1, Z) &= P(1, N) D(N, J, Z) \\ &+ \sum_{i=2}^{N/2} P(i, N) \sum_{K=0}^Z D(i, J, K) \cdot D(N-i, J, Z-K) \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

$N \geq 4, 2 \leq J \leq N-1, []$: ガウス記号

$$D(N, 1, 1) = 1, D(N, 2, 2) = 1, D(N, N, 2) = P(1, N)$$

$$P(1, N) = N / (2N-3)$$

$$\left. \begin{aligned} P(i, N) &= \frac{2(2i-3)! N! (N-2)! (2N-2i-2)!}{(i-2)! i! (N-i)! (2N-3)! (N-i-1)!} \\ &\quad i \geq 2, N \neq 2m \\ P(m, 2m) &= \frac{8m}{(4m-2)!} \left\{ \frac{(2m-1)! (2m-3)!}{m! (m-2)!} \right\}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

$$C(N, J) = \sum_{K=0}^{N/2} K \cdot D(N, J, K) \dots\dots (4)$$

$$f_{J-1}(L_{J-1}) = \int_0^{L_{J-1}} f_{J-2}(L) \cdot f_1(L_{J-1}-L) dL \dots\dots (5)$$

$$P_t = \int_0^t p_{J-1}(T) dT \dots\dots (6)$$

$$Q_J(t) = \begin{cases} A \cdot q_u & \text{with } \int_0^t p_{J-1}(T) dT \\ 0 & \text{with } \int_t^\infty p_{J-1}(T) dT \end{cases} \dots\dots (7)$$

$$p_0(Q_J(t)) = \begin{cases} \frac{1}{q_u} p_0\left(\frac{Q_J(t)}{q_u}\right) \int_0^t p_{J-1}(T) dT & (Q_J(t) \neq 0) \\ \int_t^\infty p_{J-1}(T) dT & (Q_J(t) = 0) \end{cases} \dots\dots (8)$$

$$p_0(Q_J(t), J) = \sum_{K=0}^N p_{0K}(Q_J(t)) \cdot D(N, J, K) \dots\dots (9)$$

$$p(Q(t)) = \int_0^Q p_{N-1}(Q) \cdot p_0(Q_N-Q, N) dQ \dots\dots (10)$$

密度 $p(Q(t))$ は、河道末端から上流端($J=1$ N)までの各リンクを遡った、各小流域からの流量 $Q_j(t)$ の確率密度 $p_{0j}(Q_j(t), J)$ を合成、すなわち畳み込み積分し、式(10)が得られる。

計算例として、小流域からの比流量を $q_0=1.0$ の矩形波形とした場合の、河道末端における流量を計算した。 V は $1.0(\text{m/s})$ である。図-2は、 $N=5, 10, 12, 23, 30, 50, 80$ とした場合の流量の期待値 $\bar{Q}(t)$ 、分散 σ_a^2 を示す。図から流量の期待値は N による影響が小さく、 $N \geq 10$ ではほとんど一致している、分散は N の増加と共に小さくなり、 $N \geq 50$ ではそれほど変化していない。したがって、これ以上の流域の細分化は流量の変動への影響は小さい。定常状態の流量の分散は、 $(2N-1)$ 個の小流域の面積の和の分散に相当している。

次に、シミュレーションを総流域面積が一定という条件下で行い、流出特性を検討した。図-3は、理論と同じ条件で計算した流量の期待値と分散である。流量の期待値は理論の結果に一致している。分散は流量の増加につれて増大し、 $t_b=4(\text{hr})$ でピークに達し、流量が一定値に達すると分散は零になっている。 t_b は各小流域から河道末端まで到達する平均河道長を下流する時間にほぼ等しい、分散の最大値は N の増加とともに減少し、 $N \geq 50$ でほとんど落ち着いている。次に、図-4は矩形波形の継続時間 t_r を次第に短くした場合である。分散の最大値は継続時間が t_b より大きいと全て同じであり、増水期と減水期が同じ分布形をしている。継続時間が t_b よりも短いと分散の最大が流量のピークと同時に起き、値もやや大きくなっている。最後に伝播速度 V を $1, 2, 3(\text{m/s})$ と変化させた、比流量が矩形波形の場合、分散の最大値はその生起する時刻が早まるだけで同じである。図-5は三角形波形の場合であるが、 V が増大するにつれて分散が減少している。これは、特性量の期待値を用いた解析結果¹⁾で、 V が速くなると、実河道網との適合度が良くなることの裏付けとなった。

【参考文献】

- 1) 館谷 清・藤田睦博：河道網特性と貯留関数法に関する研究，水文・水資源学会誌，Vol.2, No.2, 1989.
- 2) 友杉邦雄：河域地形構成要素の平面量の分布特性に関する研究，京大防災研究所年報，第19号B, 1976.
- 3) 早川博・藤田睦博：河道網の分布特性を考慮した集水過程に関する研究，土木学会北海道支部論文集，第46号，1990.

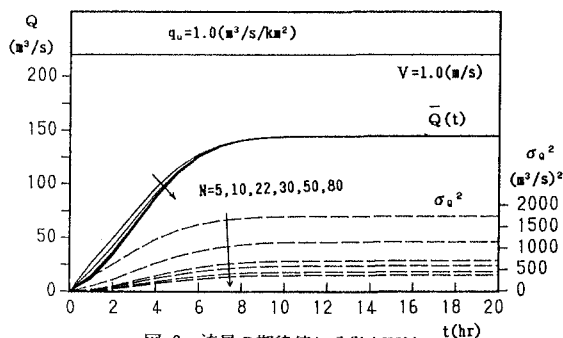


図-2 流量の期待値と分散(理論)

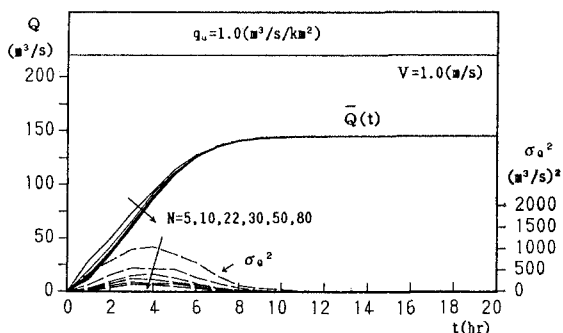


図-3 流量の期待値と分散(シミュレーション)

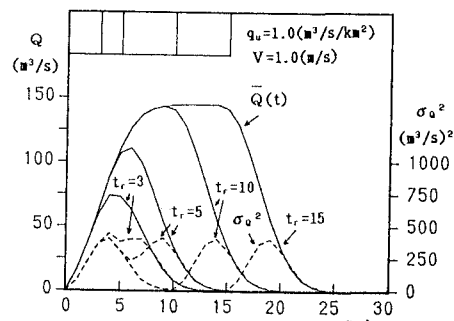


図-4 流量の期待値と分散(シミュレーション)
(矩形波形、継続時間を変化)

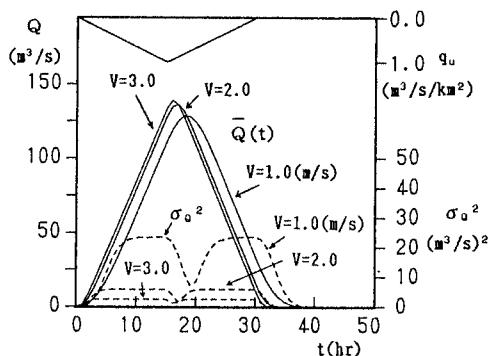


図-5 流量の期待値と分散(シミュレーション)
(三角形波形、伝播速度を変化)