

I-625

効率化モンテカルロ法による地震応答スペクトルの確率論的評価

鳥取大学工学部 正会員 〇白木 渡 (株) 不動建設 桑原 昭二
鳥取大学工学部 正会員 松保 重之 鳥取大学工学部 正会員 高岡 宣善

1. まえがき 建造物の耐震設計荷重の設定のために用いられる地震応答スペクトルは、本来確率特性を有する量である¹⁾。本研究においては、この地震応答スペクトルの確率分布を、地震動および建造物に関するパラメータの不規則性を考慮して算定する。算定に際しては、効率化モンテカルロ法の一つであるIFMPUC²⁾を用い、各不規則パラメータ間の相関性も考慮する。

2. 地震応答スペクトルの確率分布の評価

1 自由度の線形構造モデルに不規則な地動加速度過程 $a(t)$ が作用する場合を考える。 $a(t)$ は、式(1)で示される金井・多治見のスペクトル密度 $S_a(\omega)$ を有する平均値ゼロの正規定常過程と考え、構造モデルの固有振動数 ω_s 、減衰定数 γ_s 、地動加速度過程の強震部分の継続時間 T_s 、さらに地盤の固有円振動 ω_g 、減衰定数 γ_g 、基盤における地震動外乱の強さ S_0 の6つのパラメータは確率変数と考える。これらの不規則パラメータをある特定の値に固定した場合には、相対変位 $x(t)$ の応答スペクトル $R_d = |x(t)|_{\max}$ の確率分布は、 R_d がある与えられたレベル u_s を超過しない確率として、式(2)より評価できる。上付きの添え字 c は、不規則パラメータをある特定の値に固定した場合の条件付き破壊確率分布であることを示す。いま、 $x(t)$ の包絡線過程 $\varphi(t)$ を考え、 $\varphi(t)$ が与えられたレベルを超過する現象をポアソン過程で近似すると、式(2)は、式(3)のようになる。同様な手順で相対速度応答スペクトル $R_v = |\dot{x}(t)|_{\max}$ 、絶対加速度応答スペクトル $A_a = |\ddot{x}(t) + a(t)|_{\max}$ の確率分布も評価できるが、本研究では、 γ_s が十分小さい場合を考えて、相対擬速度応答スペクトル $\hat{R}_v = \omega_s \cdot R_d$ 、絶対加速度応答スペクトル $\hat{A}_a = \omega_s^2 \cdot R_d$ の確率分布の評価を行うことにする。上述の定義より明らかなように、 $\hat{R}_v$ 、 $\hat{A}_a$ の条件付き確率分布は R_d の確率分布の評価と同様にして、式(4)、式(5)のように求まる。以上示した条件付き確率分布の式(3)、(4)、(5)に不規則ベクトル $\mathbf{X}$ の確率密度関数 $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ をかけて、 $\mathbf{X}$ の全定義域にわたって積分することにより、 R_d 、 $\hat{R}_v$ 、 $\hat{A}_a$ の全確率分布 $F_d(u_s)$ 、 $F_v(\hat{v}_s)$ 、 $F_a(\hat{a}_s)$ を求めることができる。しかし、これらは6重積分となり、一般に算定が困難である。ここでは白木が開発した効率化モンテカルロ法 IFMPUC²⁾ を用いることによりこの積分の計算を行う。IFMPUCの概念を導入すると、式(3)、(4)、(5)は、それぞれ式(6)、(7)、(8)のように表わされる。これらの式において $h_Y(\mathbf{x})$ は Importance Sampling 密度関数である。

3. 地震動および建造物に関するパラメータの確率特性 建造物に関するパラメータ ω_s 、 γ_s については一般に用いられている値を、地震動に関するパラメータ ω_g 、 γ_g 、 S_0 については過去の記録³⁾をもとに、それ

$$S_a(\omega) = \frac{\left[1 + 4\gamma_s^2 \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right] S_0}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right]^2 + 4\gamma_s^2 \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} \quad (1)$$

ω_g : 地盤の固有円振動数; γ_g : 地盤の減衰定数
 S_0 : 基盤における地震動外乱の強さ

$$F_d^c(u_s) = P[R_d < u_s] = P\left[\frac{\omega_s}{T_s} |x(t)| < u_s\right] \quad (2)$$

$$F_d^c(u_s | \mathbf{y}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{u_s^2}{2\sigma_x^2}\right)\right)^2 \exp\left(-\frac{2u_s \sigma_y T_s}{\sqrt{2\pi} \sigma_x^2} \exp\left(-\frac{u_s^2}{2\sigma_x^2}\right)\right) \quad (3)$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_x^2 \approx \pi S_a(\omega_s) / (2\gamma_s \omega_s^2) \quad : \varphi(t) \text{ の分散}$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_{\dot{x}}^2 - \omega_s \sigma_x^2 \quad : \dot{\varphi}(t) \text{ の分散}$$

$$\approx \pi^2 \gamma_s S_a(\omega_s) / (24 \omega_s) \quad : \dot{\varphi}(t) \text{ の分散}$$

$$\mathbf{X} = (\omega_s, \gamma_s, \omega_g, \gamma_g, S_0, T_s) : \text{不規則ベクトル}$$

$$F_v^c(\hat{v}_s | \mathbf{y}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\hat{v}_s^2}{2\omega_s^2 \sigma_x^2}\right)\right)^2 \exp\left(-\frac{2\hat{v}_s \sigma_y T_s}{\sqrt{2\pi} \sigma_x^2 \omega_s} \exp\left(-\frac{\hat{v}_s^2}{2\omega_s^2 \sigma_x^2}\right)\right) \quad (4)$$

$$F_a^c(\hat{a}_s | \mathbf{y}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\hat{a}_s^2}{2\omega_s^4 \sigma_x^2}\right)\right)^2 \exp\left(-\frac{2\hat{a}_s \sigma_y T_s}{\sqrt{2\pi} \sigma_x^2 \omega_s^2} \exp\left(-\frac{\hat{a}_s^2}{2\omega_s^4 \sigma_x^2}\right)\right) \quad (5)$$

$$F_d(u_s) = \int_{\mathbf{y}} F_d^c(u_s | \mathbf{y}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} = 1 - \int_{\mathbf{y}} (1 - F_d^c(u_s | \mathbf{y})) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\ = 1 - \int_{\mathbf{y}} (1 - F_d^c(u_s | \mathbf{y})) \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y})}{h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})} h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (6)$$

$$F_v(\hat{v}_s) = \int_{\mathbf{y}} F_v^c(\hat{v}_s | \mathbf{y}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} = 1 - \int_{\mathbf{y}} (1 - F_v^c(\hat{v}_s | \mathbf{y})) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\ = 1 - \int_{\mathbf{y}} (1 - F_v^c(\hat{v}_s | \mathbf{y})) \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y})}{h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})} h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (7)$$

$$F_a(\hat{a}_s) = \int_{\mathbf{y}} F_a^c(\hat{a}_s | \mathbf{y}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} = 1 - \int_{\mathbf{y}} (1 - F_a^c(\hat{a}_s | \mathbf{y})) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\ = 1 - \int_{\mathbf{y}} (1 - F_a^c(\hat{a}_s | \mathbf{y})) \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{y})}{h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})} h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (8)$$

ぞれの確率特性を以下のように定めた。1) ω_s : 平均値 $\mu_{\omega_s} = \pi, 2\pi, 4\pi$ (rad/sec), 変動係数 $V_{\omega_s} = 0.1$ の対数正規分布に従う。2) γ_s : 平均値 $\mu_{\gamma_s} = 0.05$, 変動係数 $V_{\gamma_s} = 0.4$ の対数正規分布に従う。3) ω_g : 平均値 $\mu_{\omega_g} = 20.256$ (rad/sec), 変動係数 $V_{\omega_g} = 0.445$ のRayleigh分布に従う。4) τ_g : 平均値 $\mu_{\tau_g} = 0.321$, 変動係数 $V_{\tau_g} = 0.423$ のGumbel分布に従う。5) T_a : 平均値 $\mu_{T_a} = 9.294$ (sec), 変動係数 $V_{T_a} = 0.945$, 下限値 $T_{a, \min} = 0.3$ (sec) のWeibull分布に従う。6) S_o : 平均値 $\mu_{S_o} = 37.801$ (cm²/sec³), 変動係数 $V_{S_o} = 2.315$, 下限値 $S_{o, \min} = 0.09$ (cm²/sec³) のWeibull分布に従う。

4. 数値計算例 数値計算結果の一部を図-1, 表-1, 表-2に示す。図-1は構造物の固有周期の平均値 $\mu_{T_s} = 2\pi / \mu_{\omega_s} = 1.0$ (sec) の場合の絶対擬加速度応答スペクトルの確率分布 $F_{\hat{a}}(\hat{a}_s)$ の計算結果を示したものである。実線は各パラメータの不規則性を考慮した場合の結果であり、破線は比較のために各パラメータの値に平均値を用いた結果である。ただし、各パラメータの間の相関性は考慮せず、独立とした。図からわかるように、各パラメータの不規則性を考慮した場合としない場合とでは、確率分布の値にかなりの差が見られる。

表-1は、超過確率 $Q = 1 - F_{\hat{a}}(\hat{a}_s)$ に及ぼす各パラメータの不規則性の影響を調べるために、 $\hat{a}_s = 400$ (cm/sec²), $\mu_{T_s} = 1.0$ (sec) の場合で、各不規則パラメータの変動係数の値を0.1と0.4について計算した結果を示す。計算において比較する2つのパラメータを除く、他のパラメータの変動係数は3章で示した値を用いた。表からQに及ぼす ω_s のバラツキの影響は、他のパラメータに比べて大きく、 γ_s, ω_g, S_a についても、 ω_s ほどではないが影響があることがわかる。しかし、 τ_g, T_a についてはほとんど認められない。表-2は文献³⁾の記録をもとに、 γ_s と ω_g の相関係数-0.2233, ω_g と T_a の相関係数-0.5049, T_a と S_a の相関係数-0.2462とし、 $\hat{a}_s = 400$ (cm/sec²) とした場合の超過確率 $Q = 1 - F_{\hat{a}}(\hat{a}_s)$ 計算結果を、各パラメータが独立と考えて計算した結果と比較したものである。独立と考えた場合の方がQが、 $\mu_{T_s} = 0.5, 1.0, 2.0$ (sec) の各場合について、それぞれ6, 12, 17 (%) ずつ大きくなっており、構造物の固有周期が大きい場合は設計上かなり安全側となっていることがわかる。

【参考文献】

1) Shiraki, W and Takaoka, N.: Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 33, PP. 407-416, 1985. 2) 白木渡・G. I. Schueller: 構造工学論文集, Vol. 35A, PP. 467-477, 1973-3. 3) S.S.P. Lai: Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 72, No1, PP. 259-274, 1982.

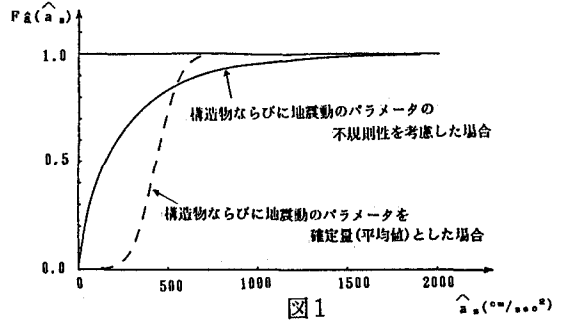


図1

表1

(a) ω_s と γ_s の不確定性の比較

$V_{\gamma_s} \backslash V_{\omega_s}$	0.1	0.4
0.1	0.72786×10^{-1}	0.76573×10^{-1}
0.4	0.76855×10^{-1}	0.78436×10^{-1}

(b) ω_s と ω_g の不確定性の比較

$V_{\omega_g} \backslash V_{\omega_s}$	0.1	0.4
0.1	0.65599×10^{-1}	0.72313×10^{-1}
0.4	0.78750×10^{-1}	0.81691×10^{-1}

(c) ω_s と τ_g の不確定性の比較

$V_{\tau_g} \backslash V_{\omega_s}$	0.1	0.4
0.1	0.80917×10^{-1}	0.83612×10^{-1}
0.4	0.80322×10^{-1}	0.83161×10^{-1}

(d) ω_s と T_a の不確定性の比較

$V_{T_a} \backslash V_{\omega_s}$	0.1	0.4
0.1	0.84638×10^{-1}	0.87603×10^{-1}
0.4	0.84198×10^{-1}	0.87019×10^{-1}

(e) ω_s と S_o の不確定性の比較

$V_{S_o} \backslash V_{\omega_s}$	0.1	0.4
0.1	0.47217×10^{-1}	0.81763×10^{-1}
0.4	0.58838×10^{-1}	0.84094×10^{-1}

表2

μ_{T_s} (sec)	相関を考慮	独立
0.5	0.42165	0.44954
1.0	0.54261×10^{-1}	0.61509×10^{-1}
2.0	0.10816×10^{-2}	0.12965×10^{-2}