

I-490

不規則外力を受ける弾性ばりの最適動吸振器の設計

建設省 正員○松永鉄治 長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏
長崎大学大学院 学生員 奥松俊博 長崎大学工学部 正員 小西 保則

1. はじめに

構造物の振動を軽減する技術として、動吸振器が知られている。動吸振器の設計の理論⁽¹⁾は、早くから確立しているが、外力として調和振動を対象としたものである。しかし、実際の土木・建築構造物に作用する外力は、不規則な外力が多く、従来の動吸振器では十分に対応できない点がある。

本論文は、任意の自己相関関数を有する不規則外力が作用する構造系の、応答の分散を最小にする動吸振器の最適パラメータを決定する手法を提案するものである。最適化手法⁽²⁾には、DFP(Davidon-Fletcher-Powell)法を適用した。数値解析では、外力が白色雑音過程と狭帯域過程について考え、構造系と動吸振器の重量比および外力のパワースペクトル密度が、最適動吸振器のパラメータに及ぼす影響を検討した。

2. 不規則外力を受ける構造-動吸振器と荷重系の方程式

モード解析法により、 x 点のはりの変位は、次式で与えられる。

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (1)$$

ここに、 $\phi_i(x)$: i 次振動モード、 $q_i(t)$: i 次規準座標である。 $x=b$ 点に不規則外力 $f(t)$ が作用し、 $x=a_k$ 点に m 個の動吸振器を取付けたはりの方程式は、次式で表すことができる。

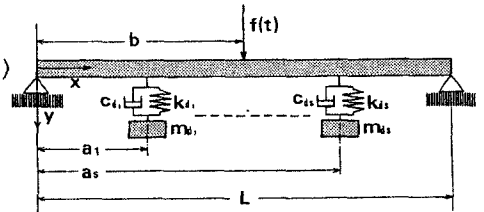


図-1 構造-動吸振器系

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2q_i(t) = -\sum_{k=1}^m \frac{m_k}{M_i} \ddot{Z}_k(t)\phi(a_k) + \frac{1}{M_i} f(t)\phi(b) \quad (2)$$

$$\ddot{d}_k(t) + 2h_{dk}\omega_{dk}\dot{d}_k(t) - \ddot{y}(a_k, t) + \omega_{dk}^2(d_k(t) - y(a_k, t)) = 0 \quad (3)$$

ここに、 $d_k(t)$: 動吸振器の変位、 ω_i, ω_{dk} : i 次振動のはりと動吸振器の固有振動数、 h_i, h_{dk} : i 次振動のはりと動吸振器の減衰定数、 M_i : はりの i 次の有効質量である。

任意の相関を有する不規則外力は、白色雑音過程を入力とする構造系により表現することができる。

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= C^T Z(t) \\ \dot{Z}(t) &= A_Z Z(t) + N_Z(t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $N_Z(t)$ は平均値0の白色雑音過程である。

3. 系の状態空間表示と共分散方程式

構造系と動吸振器の変数を、状態空間表示する。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}(t) &= [q_1 \dot{q}_1 \cdots q_n \dot{q}_n]^T \\ \mathbf{d}(t) &= [d_1 \dot{d}_1 \cdots d_m \dot{d}_m]^T \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、構造-動吸振器-荷重系を合成した変数

$$\mathbf{X}(t) = [\mathbf{q}(t)^T \mathbf{d}(t)^T \mathbf{Z}(t)^T]^T \quad (6)$$

で表すと、(2)(3)(4)(5)式より系は、次の伊藤方程式で表現される。

$$d\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_X \mathbf{X}(t) dt + d\mathbf{W}_X(t) \quad (7)$$

ここに、 $\mathbf{W}_X(t)$ は平均値0のWiener過程であり、

$$E[d\mathbf{W}_X(t)d\mathbf{W}_X^T(t)] = \mathbf{Q}_X dt \quad (8)$$

共分散は上式となる。

$\mathbf{X}(t)$ の共分散を $\mathbf{R}_X(t) = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t)^T]$ で表

すと、共分散の時間的変化は、共分散方程式

$$\dot{\mathbf{R}}_X(t) = \mathbf{A}_X \mathbf{R}_X(t) + \mathbf{R}_X(t) \mathbf{A}_X^T + \mathbf{Q}_X \quad (9)$$

で与えられる。 $t \rightarrow \infty$ における定常状態では、

(9)式の解は、連立方程式

$$\mathbf{A}_X \mathbf{R}_X(t) + \mathbf{R}_X(t) \mathbf{A}_X^T + \mathbf{Q}_X = 0 \quad (10)$$

より求められる。構造系の応答の分散は、 $\mathbf{R}_X$ の要素として得られる。本研究では、非定常応答の最大値の推定量として、定常応答を考えている。

4. 最適問題への定式化

不規則外力が作用するはりにおいて、動吸振器のパラメータ、振動数、減衰定数、重量、設置位置等 β をパラメータにして、変位応答の分散 σ_y^2 を最小

にする β を求める。本研究では、これを制約条件のない非線形計画問題に定式化する。最適手法には、DFP法を用いた。

k 回目の探索により求められるパラメータを β^k とする。

$\sigma,^2(\beta^k)$ と $\partial(\sigma,^2(\beta^k))/\partial\beta^k$ を次式で求める。

$$A_x(\beta^k)R_x^k + R_x^k A_x(\beta^k) + Q_x(\beta^k) = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$A_x(\beta^k) \left(\frac{\partial}{\partial \beta_s^k} R_x \right) + \left(\frac{\partial}{\partial \beta_s^k} R_x \right) A_x(\beta^k) \\ = - \frac{\partial}{\partial \beta_s^k} A_x(\beta^k) R_x - R_x \frac{\partial}{\partial \beta_s^k} A_x^T(\beta^k) \quad \dots\dots\dots (12)$$

探索方向を次式で決定する。

$$g^k = \nabla \sigma,^2(\beta^k), \quad e^k = -H^k g^k \quad \dots\dots\dots (13)$$

Hesse行列の更新式として、DFP法を適用する。

$$\sigma,^2(\alpha) = \sigma,^2(\beta^k + \alpha e^k) \quad \dots\dots\dots (14)$$

が最小になる α の値を、3次補間多項式法で求める。この α を用いて β^k を更新する。

$$\beta^{k+1} = \beta^k + \alpha e^k \quad \dots\dots\dots (15)$$

この操作を繰り返すことにより、

$$\sigma,^2(\beta) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる動吸振器のパラメータ β を決定する。

5. 数値解析と考察

数値解析例では、図-1のようにはりに動吸振器が1個設置した場合を考える。外力としては、白色雑音過程と次式の

$$R(\tau) = \sigma^2 \exp(-\beta|\tau|) \cos \Omega \tau \quad \dots\dots\dots (17)$$

ような自己相関関数を有する確率過程を考える。

図-2は、外力が白色雑音の場合の、最適パラメータの収束の状態を示したものである。繰り返し回数は8回程度で収束する。図-3は、橋梁と動吸振器の重量比を変化させて、動吸振器の最適パラメータを求めたものである。

この結果は、従来の調和外力による動吸振器の最適値と良く一致する。図-4は、従来の最適動吸振器を設置したはりと、本法による系の変位応答のパワースペクトルを示したものである。

両者はよい一致を示している。

次に挟帯域過程入力による動吸振器の最適設計を行なった。図-6は(17)式で、 $\beta = h\Omega$ としたとき、 h を変化させた場合のパワースペクトル密度である。図-7に、スペクトルパラメータ h を変化させたときの、はりの最適応答を示した。 $h \rightarrow 0$ で白色雑音過程、 $h \gg 1$ で挟帯域過程になる。外力が挟帯域過程の極限が調和外力が作用するはりの問題になる。よく知られているように、同調すると、応答はほぼ0になる。

図-6 外力のパワースペクトル密度

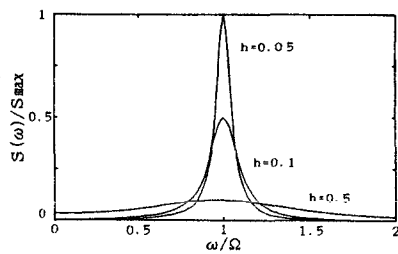


図-7 スペクトルパラメータによる応答の変化

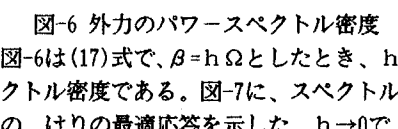


図-8 重量比によるパラメータ変化

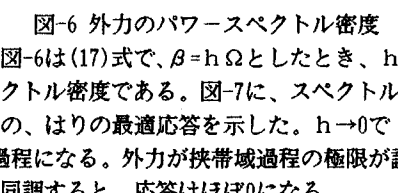


図-9 最適系のパワースペクトル密度

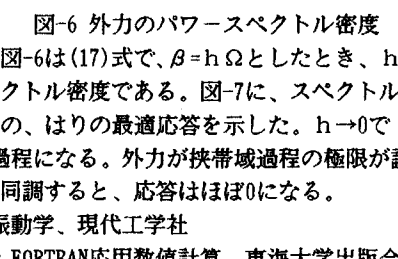


図-10 最適系のパワースペクトル密度

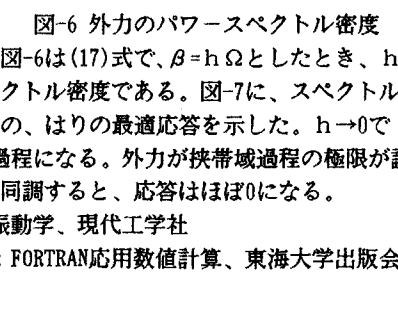


図-11 最適系のパワースペクトル密度

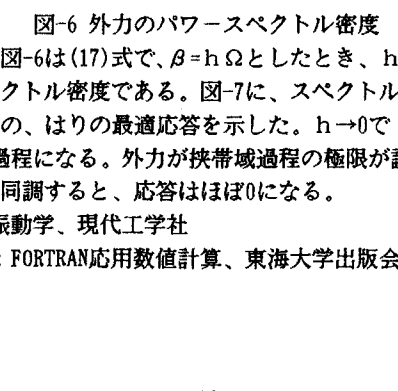


図-12 最適系のパワースペクトル密度

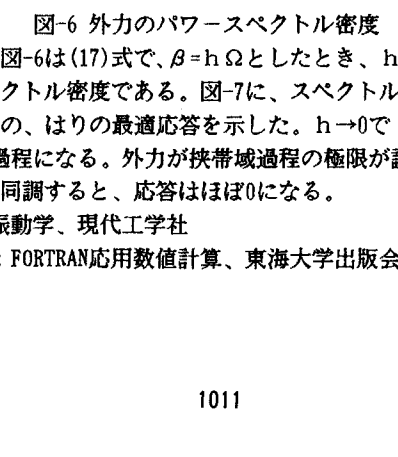


図-13 最適系のパワースペクトル密度

