

I-487 動吸振りによる連続ばりの振動制御について

名古屋大学 学生員 岩本雅伸  
山口大学 正員 會田忠義

1. まえがき 分布質量と分布剛性をもつはり動吸振器(動吸振り)としてはりの制振に利用する場合、その効果と設計方法を提示し、動吸振器としての利用価値があることを示してきた。<sup>1)</sup> 本研究は連続ばりに対する動吸振りの応用例を示し、単一ばりだけでなく、曲げ振動であれば種々のはり系の構造物にも応用できることを示す。ここでは定常振動に対する動吸振りの効果だけでなく、移動荷重などによる過渡振動に対する効果も示す。

2. はりの運動方程式とモード方程式

Fig. 1に示す主ばり(Main beam, M.B.)と動吸振り(Dynamic absorbing beam, D.A.B.)の運動方程式は式(1)と(2)で表される。式中、 $m_1, m_2$  : 主ばりと動吸振りの単位長さ質量、 $EI_1, EI_2$  : 主ばりと動吸振りの曲げ剛性。

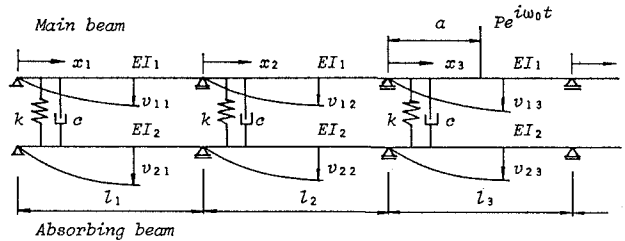


Fig. 1 動吸振りをもつ連続はり

$$m_1 \ddot{v}_{1k} + EI_1 v_{1k}''' + c(\dot{v}_{1k} - \dot{v}_{2k}) + k(v_{1k} - v_{2k}) = P e^{i\omega_0 t} \delta(x_k - a) \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{v}_{2k} + EI_2 v_{2k}''' + c(\dot{v}_{2k} - \dot{v}_{1k}) + k(v_{2k} - v_{1k}) = 0 \quad (2)$$

$$(k=1, 2, \dots, N)$$

主ばりと動吸振りは境界条件が同じであることから、両はりの固有関数は同一関数で表され、第 $k$ スパンの $i$ 次モードの固有関数を $\Phi_{ki}(x_k)$ で表すと、両はりの振動変位は次式で表される。

$$v_{1k} = \sum \rho_{1i}(t) \Phi_{ki}(x_k) \quad v_{2k} = \sum \rho_{2i}(t) \Phi_{ki}(x_k) \quad (3)$$

上式を連続ばりの各スパンの運動方程式に代入し、

$$\text{固有関数の直交条件を用いて整理すると、次の} \quad \sum_{i=1}^N \int_0^{l_k} \Phi_{ki}(x_k) \Phi_{kj}(x_k) dx_k = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

$$m_1 \ddot{\rho}_{1j} + EI_1 \lambda_j^4 \rho_{1j} + c(\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) + k(\rho_{1j} - \rho_{2j}) = P \Phi_{kj}(a) e^{i\omega_0 t} \quad (5)$$

$$m_2 \ddot{\rho}_{2j} + EI_2 \lambda_j^4 \rho_{2j} + c(\dot{\rho}_{2j} - \dot{\rho}_{1j}) + k(\rho_{2j} - \rho_{1j}) = 0 \quad (6)$$

$$(j=1, 2, \dots, N)$$

ここで、 $\lambda_j$ は $j$ 次の固有値である。 $j$ 次のモード方程式(5), (6)

はFig. 2に示す2質量3ばね系の運動方程式に相当する。2質量3ばね系における動吸振器(副振動系)の最適設計条件式は質量比 $\mu$ と振幅の制限値 $Y_{1P}$ が与えられたとき、次式で表される。

$$f_2^2 = (1 - f_3^2) / (1 + \mu)^2 \quad (7) \quad Y_{1P} = \frac{1}{1 - f_3^2} \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \quad (8)$$

$$\left. \frac{h_P^2}{h_0^2} \right\} = \frac{\mu(1 - f_3^2)^2}{4(1 + \mu)^3 \{ (1 + \mu f_3^2) \mp (1 - f_3^2) \sqrt{\mu / (2 + \mu)} \}} \left( \frac{3 + 2\mu}{2 + \mu} \mp 2 \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}} \right) \quad (9)$$

$Y_{1P} = (\Lambda_{r1} / y_{sk})$  : 主振動系の無次元最大実振幅、 $\Lambda_{r1} : \rho_{1j}$ の実振幅、 $y_{sk} : P \Phi_{kj}(a) / k_1$ 、 $f_2 = \nu_2 / \nu_1$ 、 $f_3 = \nu_3 / \nu_1$ 、 $g = \omega_0 / \nu_1$ 、 $h = a_2 / \nu_1$ 、 $\mu = m_2 / m_1$ 、 $\nu_1^2 = k_1 / m_1$ 、 $\nu_2^2 = k_2 / m_2$ 、 $\nu_3^2 = k_3 / m_2$ 、 $2a_2 = c_2 / m_2$ 。

3. 動吸振りの設計 動吸振りは荷重の振動数に近い固有振動数に対応するモードが制振されるよ

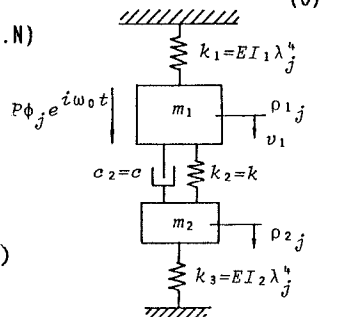


Fig. 2 2質量3ばね系

うに設計することとする。今、 $j$  次モードに注目すると、 $j$  次モードを制振するための連結ばねの係数  $k$ 、ダンパーの減衰係数  $c$  及び動吸振ばりの曲げ剛性は、質量比  $\mu$  と基準座標  $\rho_{1j}$  の無次元最大実振幅  $Y_{1P}$  が与えられたとき、それぞれ、次式で表される。

$$k = E I_1 \lambda_j^4 \frac{\sqrt{\mu(2+\mu)}}{(1+\mu)^2 Y_{1P}} \quad (10)$$

$$c = 2\mu \sqrt{m_1 h^2 E I_1 \lambda_j^4} \quad (11)$$

$$E I_2 = E I_1 \mu \left( 1 - \frac{1}{Y_{1P}} \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \right) \quad (12)$$

4. 適用例 Table 1 の諸元をもつ3径間連続ばり(等径間等剛性)を対象とし、1次モードに対して  $\mu = 0.2$ 、 $Y_{1P} = 3.5$  と仮定して動吸振ばりを設計する。動吸振ばりはTable 2 の通りである。この動

吸振ばりを用いたときの基準座標  $\rho_{1j}$  の共振曲線をFig. 3に示す。図の縦軸  $Y_1$  は各

モードの基準座標  $\rho_{1j}$  の実振幅  $A_{r1}$  を  $P \Phi_{21}(l/2)/EI_1 \lambda_1^4$  で除した値の2乗した値である。さらに、第1スパンのスパン中央のたわみの共振曲線をFig. 4に示す。図の縦軸は動的たわみを静的たわみで除した値である。2次モードの他はよく制振されているのがわかる。

Table 1 主ばりの諸元

$l = 15(\text{m})$ 、 $m_1 = 2.07 \times 10^3 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$

$EI_1 = 3.44 \times 10^8 (\text{Nm}^2)$ 、 $P = 9800(\text{N})$

Table 2 動吸振ばりの諸元

$m_2 = 4.14 \times 10^2 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$ 、 $k_2 = 8.71 \times 10^4 (\text{N/m}^2)$

$c_2 = 2.72 \times 10^3 (\text{Ns/m}^2)$ 、 $EI_2 = 3.60 \times 10^6 (\text{Nm}^2)$

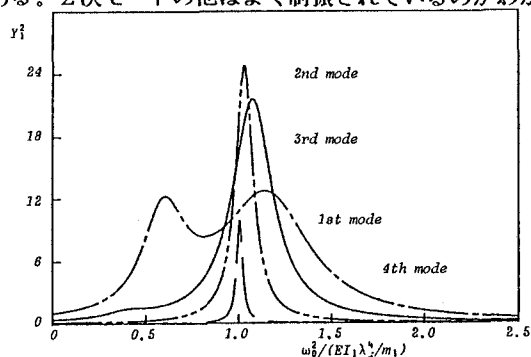


Fig. 3 基準座標の共振曲線

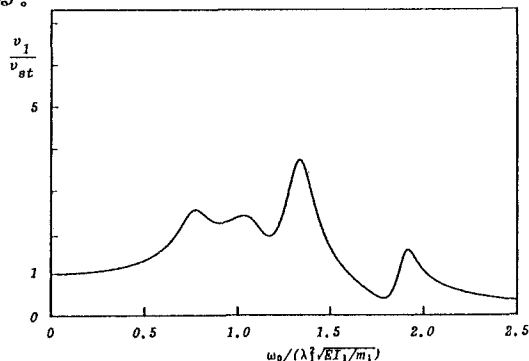


Fig. 4 第1スパンの中央点たわみの共振曲線

次に、単一集中荷重( $P$ )が一定速度ではり上を移動する場合の第1及び第2スパンの中央の最大応答変位と速度パラメータとの関係をFig. 5と6に示す。高速域で制振効果を有することがわかる。

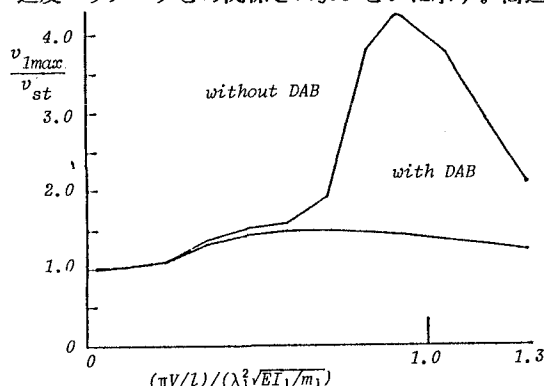


Fig. 5 第1スパンの中央点たわみの最大応答変位

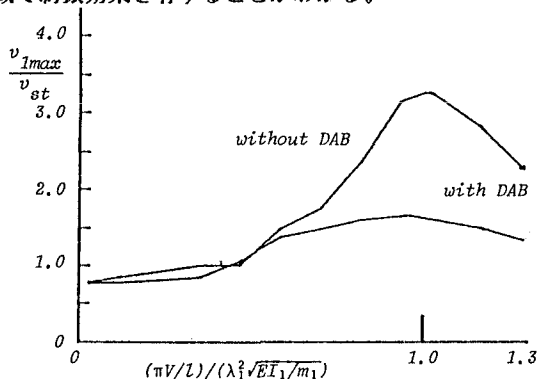


Fig. 6 第2スパンの中央点たわみの最大応答変位

参考文献 1) 會田・石川・戸田：動吸振ばりによる単一ばりの振動制御について、第45土木学会年次学術講演会講演概要集1、1990年10月