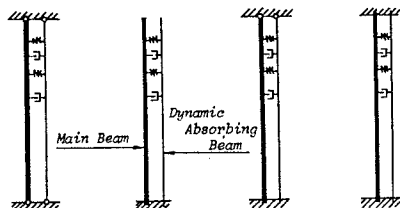


山口大学 正 員 會田忠義
三井建設 石川秀二
航技研 戸田 勸

1. まえがき 構造物の制振に複数個の動吸振器を受動的あるいは能動的に取り付けて効率よく制振する方法が行われている。本研究は単一ばりを対象に、対象ばりに大きな負荷をかけない、効率の良い動吸振器として 分布質量と分布剛性をもつはりとはね・ダンパーからなる動吸振り(Dynamic absorbing beam)を想定し、その設計手順と制振効果を示す。対象とするばり(主ばり、Main beam)は Fig. 1に示すように任意の境界条件をもち、動吸振りは主ばりと同じ境界条件をもつものとした。まず、対象系(主ばりと動吸振り)の運動方程式を求め、これにModal analysisの手法を適用



する。各次のモード方程式から対象系がモード座標系においてFig. 3に示す2質量3ばね系モデルに置換されることを示す。次に Den Hartogの手法により2質量3ばね系モデルにおける動吸振器の最適化条件を示し、この条件により主ばりの主要モードに対して、制振効果のある動吸振りの設計方法を述べる。ついで、計算例により制振効果を示す。

2. はりの運動方程式とモード座標系におけるモデル

主ばりと動吸振りの曲げ振動の運動方程式は Fig. 2に示す座標系を用いると、次式で表される。式中、 m_1, m_2 : 主ばりと動吸振りの単位長さ質量、 EI_1, EI_2 : 主ばりと動吸振りの曲げ剛性。 δ はDirac の δ 関数である。

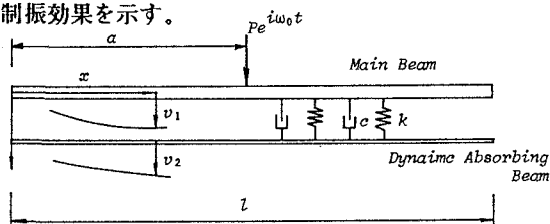


Fig. 2 荷重と座標

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{v}_1 + EI_1 v_1'''' + c(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) + k(v_1 - v_2) &= P e^{i\omega_0 t} \cdot \delta(x - a) \\ m_2 \ddot{v}_2 + EI_2 v_2'''' + c(\dot{v}_2 - \dot{v}_1) + k(v_2 - v_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

主ばりと動吸振りは境界条件が同じであることから、両はりの固有関数は同一関数で表され、 i 次モードの固有関数を $\phi_i(x)$ で表すと、両はりの振動変位は次式で表される。

$$v_1(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_{1i}(t) \phi_i(x), \quad v_2(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_{2i}(t) \phi_i(x) \quad (2)$$

上式を式(1)に代入整理すると、次式を得る。式中、 λ_j : j 次の固有値。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\rho}_{1j} + EI_1 \lambda_j^4 \rho_{1j} + c(\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) + k(\rho_{1j} - \rho_{2j}) &= P \phi_j(a) e^{i\omega_0 t} \\ m_2 \ddot{\rho}_{2j} + EI_2 \lambda_j^4 \rho_{2j} + c(\dot{\rho}_{2j} - \dot{\rho}_{1j}) + k(\rho_{2j} - \rho_{1j}) &= 0 \end{aligned} \quad (3) \quad (j=1, 2, \dots, N)$$

式(3)はFig.3に示す2質量3ばね系の運動方程式と同一である。これは対象系の j 次モードがFig.3に示すモデルの挙動で表されることを示している。

3. 2質量3ばね系における動吸振器の最適化

式(3)の振動変位を次式で表す。 $\rho_{1j} = A_1 e^{i\omega_0 t}$, $\rho_{2j} = A_2 e^{i\omega_0 t}$ (4)

ρ_{1j} 及び ρ_{2j} の実振幅 A_{r1} 、 A_{r2} はそれぞれ式(5)と(6)で表される。式中、

$$\begin{aligned} y_{st} &= P \phi_j(a) / k_1, \quad f_2 = \nu_2 / \nu_1, \quad f_3 = \nu_3 / \nu_1, \quad g = \omega_0 / \nu_1, \quad h = a_2 / \nu_1, \\ \mu &= m_2 / m_1, \quad \nu_1^2 = k_1 / m_1, \quad \nu_2^2 = k_2 / m_2, \quad \nu_3^2 = k_3 / m_2, \quad 2a_2 = c_2 / m_2. \end{aligned}$$

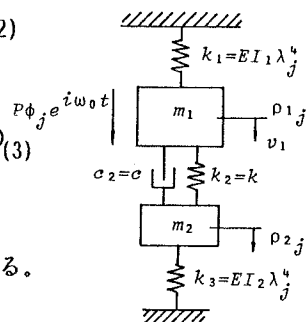


Fig. 3 2質量3ばね系

$$Y_1^2 = (\Lambda_{r1}/Y_{st})^2 = D_1 / N \quad (5)$$

$$Y_2^2 = (\Lambda_{r2}/Y_{st})^2 = D_2 / N \quad (6)$$

$$D_1 = (f_2^2 + f_3^2 - g^2) + 4g^2 h^2$$

$$D_2 = f_2^4 g^2 h^2$$

$$N = \{(1 - g^2)(f_2^2 + f_3^2 - g^2) - \mu f_2^2(g^2 - f_3^2)\}^2 + 4g^2 h^2\{-g^2(1 + \mu) + 1 + \mu f_3^2\}^2 \quad (7)$$

今、Den Hartogの定点理論によりFig. 3の主振動系に対して最適な制振効果を与える動吸振器の条件を求める。すなわち、Fig. 3の主振動系の共振曲線は減衰定数 h Y_1 の如何に拘らずFig. 4に示すように定点PとQを通ることに注目してP及びQ点の高さ Y_{1P} と Y_{1Q} を等しく、かつ、これらの点で共振曲線が頂点となる条件を求める。これらは次式で表される。

$$f_2^2 = (1 - f_3^2) / (1 + \mu)^2 \quad (8)$$

$$Y_{1P} = \frac{1}{1 - f_3^2} \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \quad (9)$$

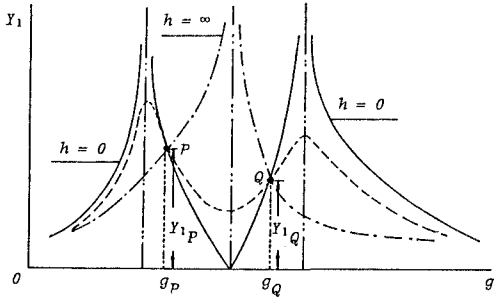


Fig. 4 共振曲線

$$\left. \begin{matrix} h_P^2 \\ h_Q^2 \end{matrix} \right\} = \frac{\mu(1 - f_3^2)^2}{4(1 + \mu)^3 \{(1 + \mu f_3^2) \mp (1 - f_3^2) \sqrt{\mu/(2 + \mu)}\}} \left(\frac{3 + 2\mu}{2 + \mu} \mp 2 \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}} \right) \quad (10)$$

4. 動吸振りの設計

周期荷重による主ばりの振動変位が式(2)で表され、荷重の励振振動数に近い固有振動数に対するモードの影響を大きく受けることに注目し、この対応するモードを極少化する方法をとる。以下に j 次モードに注目した設計条件式とその順序を示す。

①質量比 μ を決める。②主ばりの制限振幅 v_1 を決め、式(11)より Y_{1P} を決める。③連結ばねの係数 k 、ダンパーの減衰係数 c 及び動吸振りの曲げ剛性 EI_2 をそれぞれ式(12), (13), 及び(14)から求める。

$$v_1 \doteq Y_{1P} Y_{st} \phi_j(x) \quad (11)$$

$$k = E I_1 \lambda_j^4 \frac{\sqrt{\mu(2 + \mu)}}{(1 + \mu)^2 Y_{1P}} \quad (12)$$

$$c = 2\mu \sqrt{m_1 h^2 E I_1 \lambda_j^4} \quad (13)$$

$$E I_2 = E I_1 \mu \left(1 - \frac{1}{Y_{1P}} \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \right) \quad (14)$$

5. 計算例

Table 1 の諸元をもつ単純ばりを対象とし、1次モードに対して $\mu = 0.2$, $Y_{1P} = 4.5$ として動吸振りを設計した。その結果、Table 2 の動吸振りが得られた。基準座標 ρ_{1j} の共振曲線をFig. 5に示す。図の縦軸 Y_1 は各モードの基準座標 ρ_{1j} の実振幅 Λ_{r1} を $P \Phi_{21}(1/2)/EI_1 \lambda_j^4$ で除した値の2乗値である。さらに、スパン4分の1点のたわみの共振曲線をFig. 6に示す。図の縦軸は動的たわみを静的たわみで除した値である。2次モードの他はよく制振されているのがわかる。

Table 1 の諸元をもつ単純ばり

Table 1 主ばりの諸元

$l = 30.5(\text{m})$, $m_1 = 2.07 \times 10^3 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$
$EI_1 = 3.44 \times 10^8 (\text{Nm}^2)$, $P = 9800(\text{N})$

Table 2 動吸振りの諸元

$m_2 = 4.14 \times 10^2 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$, $k_2 = 3.96 \times 10^3 (\text{N/m}^2)$
$c_2 = 4.78 \times 10^2 (\text{Ns}/\text{m}^2)$, $EI_2 = 1.81 \times 10^7 (\text{Nm}^2)$

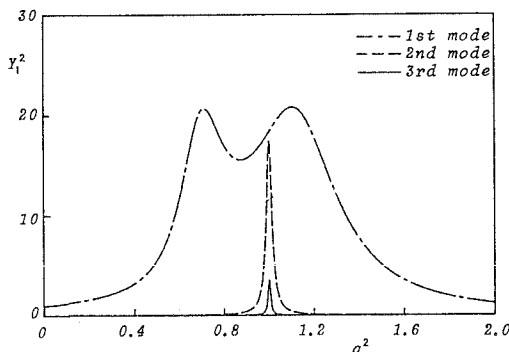


Fig. 5 基準座標の共振曲線

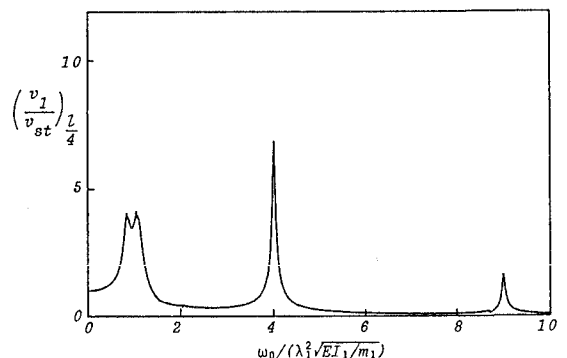


Fig. 6 主ばり1/4点のたわみの共振曲線