I-480

逐次クローズド制御の一手法

東京電機大学　大学院　学生員　○小坂　郁
東京電機大学　理工学部　正　員　松井邦人
東京電機大学　理工学部　里見忠篤

1　はじめに

従来の最適制御理論は、1)クローズドループ制御 2)オープンループ制御 3)クローズド・オープンループ制御の3つに大別される。オープンループ制御は加振力を地盤上で測定し、それに対する制御力を決定するもので、構造物の動特性が正確に同定されていれば、極めて有効な手段である。またクローズドループ制御は、構造物の応答を測定し、それより制御力を決定するため、制御力の作用が時間遅れとなることは必然的である。しかし本手法が有効であるなら、突風などの各質点に直接加わる外乱に対しても制御可能となる。またクローズド・オープンループ制御は、加振力と応答の両方を測定し 1),2)の両方がもつ長所を生かそうというものである。本研究は実現の可能性があるon-line制御の一手法についてそのアルゴリズムを提示するものである。

2　逐次クローズドループ制御

動的外力を受ける構造物の振動方程式は、一般的に次式で表される。

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{z}}(t)+\mathbb{C}\dot{\mathbf{z}}(t)+\mathbb{K}\mathbf{z}(t)=\mathbb{Q}(t)+\mathbf{\Gamma}\mathbf{q}(t) \quad (1)$$

$\mathbb{M},\mathbb{C},\mathbb{K}$は各々N×Nの質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスである。また、$\mathbb{Q}(t)$はN×1の動的外力ベクトル、$\mathbf{q}(t)$はM×1の制御ベクトルであり、$\ddot{\mathbf{z}},\dot{\mathbf{z}},\mathbf{z}$はそれぞれ$\mathbb{Q}(t)$及び$\mathbf{q}(t)$が作用するときのN×1の応答加速度ベクトル、応答速度ベクトル、応答変位ベクトルである。$\mathbf{\Gamma}$は制御力の作用位置を示すN×MのBooleanマトリックスである。そして$\mathbf{W}$及び$\mathbf{R}$を重み行列とすると標準的な最適制御の評価関数は、

$$J=\frac{1}{2}\int_0^{t_f}\{\mathbf{z}^T(t)\mathbf{W}\mathbf{z}(t)+\mathbf{q}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{q}(t)\}\,dt \quad (2)$$

で与えられJが最小となるように制御力が決定される。式(1)は、線形の連立方程式であるとすると2つの微分方程式に分離できる。

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{y}}(k+1)+\mathbb{C}\dot{\mathbf{y}}(k+1)+\mathbb{K}\mathbf{y}(k+1)=\mathbb{Q}(k+1) \quad (3)$$

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{u}}(k+1)+\mathbb{C}\dot{\mathbf{u}}(k+1)+\mathbb{K}\mathbf{u}(k+1)=\mathbf{\Gamma}\mathbf{q}(k+1) \quad (4)$$

式(3),(4)から$\mathbf{y}(k+1)$, $\mathbf{u}(k+1)$が求まると

$$\mathbf{z}(k+1)=\mathbf{y}(k+1)+\mathbf{u}(k+1) \quad (5)$$

ここで、外力$\mathbb{Q}(t)$は測定していないが、応答変位$\tilde{\mathbf{z}}(k+1)$を観測している。制御力は時間(Δt)遅れで作用させるとして

$$\tilde{\mathbf{z}}(k+1)=\mathbf{y}(k+1)+\mathbf{u}(k) \quad (6)$$

$$\therefore\quad \mathbf{z}(k+1)=\tilde{\mathbf{z}}(k+1)-\mathbf{u}(k)+\mathbf{u}(k+1) \quad (7)$$

式(4)をNewmark-β法を用いて解くと、

$$\dot{\mathbf{u}}(k+1)=\dot{\mathbf{u}}(k)+\frac{\Delta t}{2}\{\ddot{\mathbf{u}}(k)+\ddot{\mathbf{u}}(k+1)\} \quad (8)$$

$$\mathbf{u}(k+1)=\mathbf{u}(k)+\Delta t\,\dot{\mathbf{u}}(k)+\frac{\Delta t^2}{3}\ddot{\mathbf{u}}(k)+\frac{\Delta t^2}{6}\ddot{\mathbf{u}}(k+1) \quad (9)$$

式(8),(9)を式(4)に代入して

$$\mathbf{A}_1\ddot{\mathbf{u}}(k+1)=\mathbf{\Gamma}\mathbf{q}(k+1)-\mathbf{A}_2\ddot{\mathbf{u}}(k)-\mathbf{A}_3\dot{\mathbf{u}}(k)-\mathbb{K}\mathbf{u}(k) \quad (10)$$

但し

$$\mathbf{A}_1=\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}+\frac{\Delta t^2}{6}\mathbb{K} \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_2=\frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}+\frac{\Delta t^2}{3}\mathbb{K} \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_3=\mathbb{C}+\Delta t\mathbb{K} \quad (13)$$

式(9),(10)より

$$\mathbf{u}(k+1)=\frac{\Delta t^2}{6}\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{q}(k+1)+\frac{\Delta t^2}{3}\mathbf{A}_1^{-1}\left(\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{4}\mathbb{C}\right)+\Delta t\mathbf{A}_1^{-1}\left(\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{3}\mathbb{C}\right)\dot{\mathbf{u}}(k)+\mathbf{A}_1^{-1}\left(\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}\right) \quad (14)$$

式(7)の関係を用いると

$$\mathbf{z}(k+1)=\tilde{\mathbf{z}}(k+1)-\mathbf{u}(k)+\frac{\Delta t^2}{6}\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{q}(k+1)+\frac{\Delta t^2}{3}\mathbf{A}_1^{-1}\left(\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{4}\mathbb{C}\right)+\Delta t\mathbf{A}_1^{-1}\left(\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{3}\mathbb{C}\right)\dot{\mathbf{u}}(k)+\mathbf{A}_1^{-1}\left(\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}\right) \quad (15)$$

今、式(1)の評価関数を任意の時刻t_{k+1}で成立するものと考えると

$$J(k+1)=\frac{1}{2}\{\mathbf{z}^T(k+1)\mathbf{W}\mathbf{z}(k+1)+\mathbf{q}^T(k+1)\mathbf{R}\mathbf{q}(k+1)\} \quad (16)$$

となる。ここで、$\mathbf{q}(k+1)$は、実際には$t=t_{k+2}$で作用するが、$t=t_{k+1}$で作用した場合に最も$\mathbf{z}(K+1)$を小さくする$\mathbf{q}(k+1)$を決定する。そのためには、J(k+1)が最小となるように$\mathbf{q}(k+1)$を決定すればよい。式(16)は$\mathbf{z}(K+1)$が式(15)より明らかなように$\mathbf{q}(k+1)$の線形関数であるため、J(k+1)は$\mathbf{q}(k+1)$の2次関数となり、その必要条件より容易に$\mathbf{q}(k+1)$を決定できる。

3　数値計算例

前節に述べたアルゴリズムの有効性を示すため、El.Centro波の最大加速度が300galとなるように調節したものを用い、例題として図-1に示すような5自由度系モデルを用いて計算を行った。構造系の特性は$m_i=50/9.8$tf sec^2/m, $c_i=10$tf sec/m $k_i=300$tf/m,(i=1～2)であり、このとき1次の非減衰固有円振動数は　1.10 Hzとなる。ここでは、ウェイトマトリックス$\mathbf{W}$は単位マトリックスとした。また、$\mathbf{R}$は制御力のマトリックスであり、適切な値に設定する必要がある。今、質点⑤だけを制御する場合を考えると、$\mathbf{R}$はスカラーとなる。これをR_{55}と表示しR_{55}を変化させてシミュレーションを行いR_{55}の影響を調べた。この結果、R_{55}の値が10^{-7}以上または10^{-11}以下の時、かえって悪影響を与えることもあることが分かった。図-2に最も制御効果のあった$R_{55}=10^{-10}$を用いた場合について示す。図-2 a）,b）は各質点の応答変位の観測時から0.02秒及び0.1秒遅れで制御力を作用させた場合の各質点の変位（地盤に対する相対変位）と制御力の波形である。この結果より制御力をある程度の時間遅れで作用させても制御可能であることが分かった。また、Taft,八戸,宮城沖波などの他の入力波形を用いても同様に制御できることを確かめている。最後に本研究では、応答変位の測定誤差や同定の推定誤差、また制御力の最大値に制約を設けた場合を考えていない。今後、これらについて検討して行きたい。

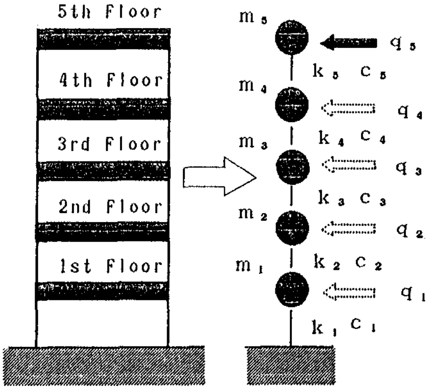
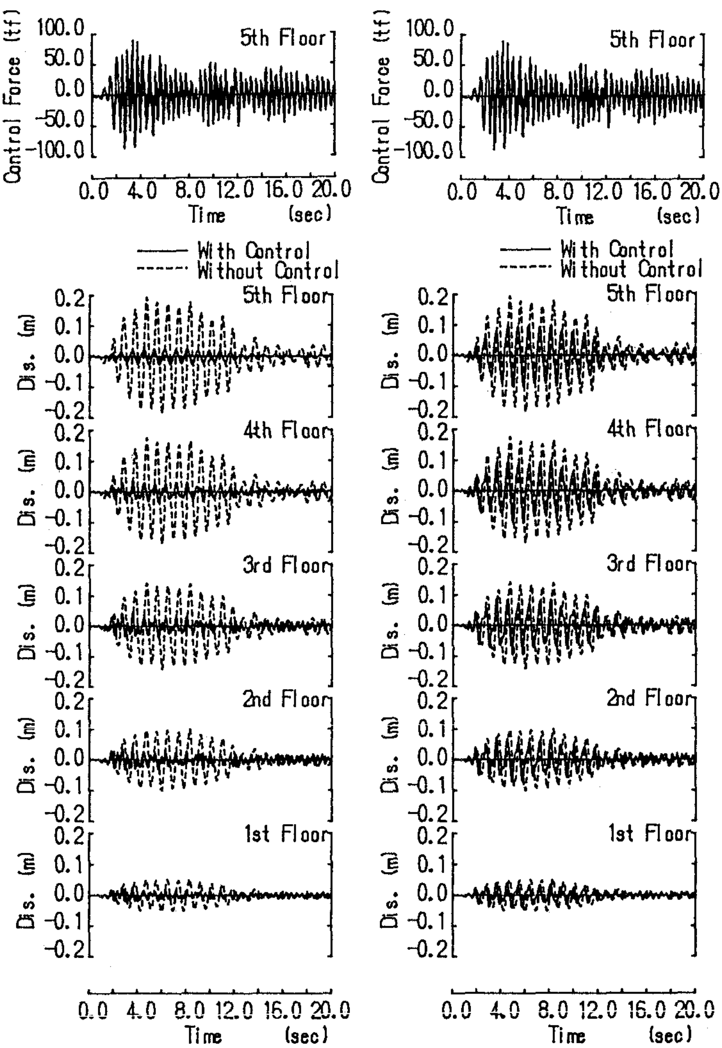


図-1　5自由度系モデル



a）0.02秒遅れの場合　　b）0.1秒遅れの場合

図-2　変位応答と制御力($R_{55}=10^{-10}$)