

I-469 ダイナミック・プログラミングによる風荷重を受ける構造物の最適制御に関する一解法

中央大学 学生員 徳田紳二

中央大学 正 員 川原陸人

1. はじめに 構造物の軽量化、高層化、長大化に伴い構造物の振動が問題視され検討されている。本報告では風荷重により振動する構造物の最適制御の検討を試みる。最適制御手法の一つとして状態量のみのフィードバック制御であるレギュレータ制御がある。この手法は、ある時点での状態量によって全く同じ時点での制御力を決定するため実際問題へ直接適用することは困難である。そこで今回、ダイナミック・プログラミングにより導かれたレギュレータ制御手法¹⁾を拡張することにより実際問題への適用について検討を行う。

2. 状態方程式 制御力、外力を考慮した場合の状態方程式は差分近似することで次式のような離散時間型の状態方程式で表すことができる。

$$X(k+1) = A^*X(k) + B^*U(k) + C^*F(k) \quad X(0) = 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (1)$$

ここで、 $*$ はそれぞれ離散化による係数行列であり、 $X(k)$, $U(k)$, $F(k)$ はそれぞれ状態量ベクトル、制御力ベクトル、外力ベクトルである。また外力を風荷重によるものとし次式のように与える。

$$f = g_1(\bar{W} + w)^2 + g_2\dot{w} \quad g_1 = \frac{1}{2}\rho_a C_d A, \quad g_2 = \frac{\pi}{4}\rho_a C_m A b \quad (2)$$

ここで、 ρ_a : 空気密度、 C_d : 抗力係数、 C_m : 仮想質量係数、 A : 風向に直角方向の投影面積、 b : 風向に平行な断面幅、 $\bar{W}$: 平均風速、 w : 変動風速成分である。

3. 変動風速成分 平均流方向の変動風速成分は(3)式の Davenport²⁾ のパワースペクトル密度関数を用いて(4)式のように与える。

$$S_w(\omega) = \frac{2k\phi^2 |\omega|}{\pi^2 [1 + (\phi\omega/\pi W_G)^2]^{4/3}} \quad w(t) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^n [2S_w(\omega_i)\Delta\omega]^{1/2} \cos(\omega_i t + \Phi_i) \quad (3), (4)$$

ここで、 $S_w(\omega)$ は周波数 ω の全範囲で定義されるものであり、 W_G は基準高さ(10m)における基準風速、 k は基準高さで定義した表面摩擦係数(0.001 ~ 0.04)、 ϕ はスケールを表す量で、Davenport は $\phi = 600m$ としている。また $\Delta\omega = \omega_u/n$, $\omega_i = [i-1/2]\Delta\omega$, ω_u : 遮断周波数の上限、 Φ_i : 任意位相角で $[0, 2\pi]$ 内の一様乱数である。さらに、風速の鉛直分布に対しては次式のような、べき法則に基づくものとする。

$$W_Z = W_G \left(\frac{Z}{Z_G}\right)^q \quad (5)$$

ここで、 Z_G : 基準高さ、 W_G : 基準高さでの風速、 Z : 高さ、 W_Z : 高さ Z での風速、 q : 地表条件による定数である。

4. 最適制御法 制御効果を示す基準として次式の評価関数を用いる。

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} \{X(k+1)^T Q X(k+1) + U(k)^T R U(k)\} \quad (6)$$

ここではこの評価関数が最小となる状態を最適な状態であるとする。ここで Q, R は重み係数行列である。(1)式のもとで(6)式の評価関数を最小にする制御力をダイナミック・プログラミングの手法により定式化し、離散型リカッチ方程式の定常解 W_{ST} を用いれば次式のようなレギュレータ制御による制御力決定式が得られる。

$$U(k) = -(R + B^{*T}W_{ST}B^*)^{-1}B^{*T}W_{ST}A^*X(k) \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (7)$$

ここで、前式では $U(k)$ を決定する際に $X(k)$ を用いるため現実不能となる。そこで、この欠点を補うために(8)式のように状態量を予測し、これを用いて(9)式のように制御力を決定する。このような制御力で制御する手法を予測型レギュレータ制御と呼ぶことにする。

$$\tilde{X}(k+i) = (A^*)^i X(k) \quad (8)$$

$$U(k+i) = -(R + B^{*T}W_{ST}B^*)^{-1}B^{*T}W_{ST}A^*\tilde{X}(k+i) \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-i-1 \quad (9)$$

5. 数値解析例 図-1のような構造物を想定し、3自由度系モデルとして扱った。このとき、剛性行列は三連モーメントの定理に従うものとする。

表-1 構造物モデルに対する諸元

	L (cm)	A (cm ²)	EI (kg·cm ²)	ρ_s (kg·s ² /cm ⁴)
①	1000.0	9.0×10^4	9.4×10^{12}	6.0×10^{-6}
②	1000.0	9.0×10^4	9.4×10^{12}	6.0×10^{-6}
③	1000.0	9.0×10^4	9.4×10^{12}	6.0×10^{-6}

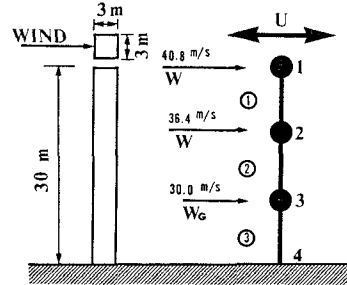


図-1 構造物モデル

- 変動風速成分に対する諸元: $\rho_a = 1.221 \times 10^{-9} (\text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^4)$, $C_d = 1.2$, $C_m = 0.5$, $b = 3.0 (\text{m})$, $q = 0.28$, $k = 0.005$, $\phi = 600.0 (\text{m})$, $\omega = 40.0 (\text{rad/s})$, $n = 10000$, $\bar{W} = W_G = 30.0 (\text{m/s})$
- 重み係数行列: $Q = qI$, $R = rI$ I : 単位行列

本論文では、 $q = 1.0$, $r = 0.001$ とし、粘性は無視 ($c = 0.0$) する。また不規則風の平均風速は 30 m/s 、制御時間は 10 分間、微小時間増分量 (dt) を 0.1 秒とし 50 ステップ (5 秒) 後の状態量を予測し解析を行った。図-2 ~ 図-4 に制御を行わない場合と行った場合の変位、および制御力とを比較示す。これより予測した状態量を用いて制御を行っても充分制御されており本手法は効果的であることがわかる。

6. おわりに 解析結果より本手法の基本的問題に対する有効性を確認した。今後、対象とする構造物、風荷重に対してより実践的な検討を行っていく考えである。

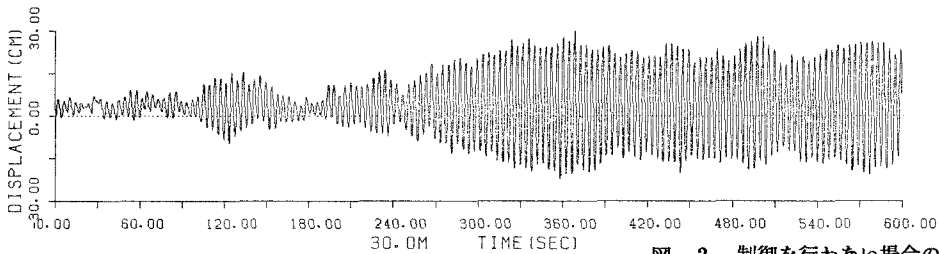


図-2 制御を行わない場合の変位

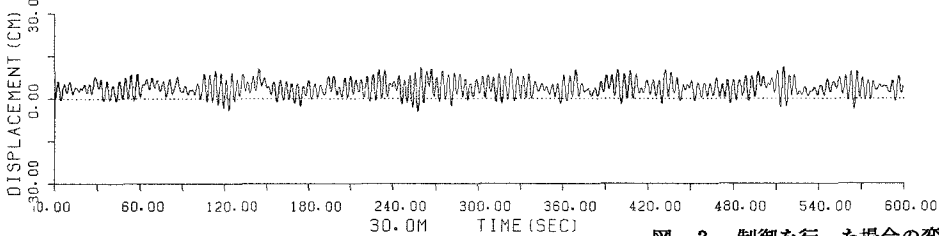


図-3 制御を行った場合の変位

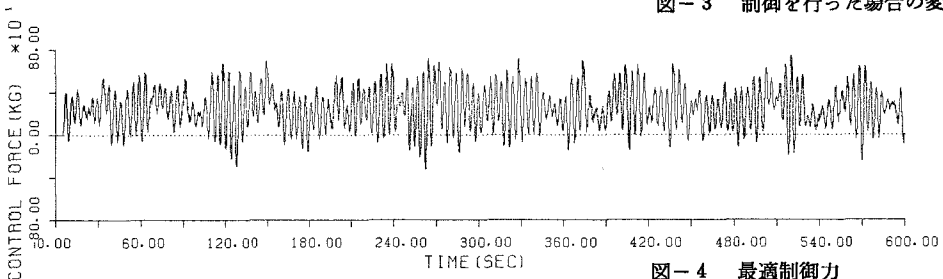


図-4 最適制御力

- (参考文献) 1) 深沢 恵志、川原 陸人: ダイナミック・プログラミングを用いた構造物の最適制御、第二回計算力学シンポジウム報文集、1988, pp. 49-54
- 2) Davenport, A.G., "The Application of Statistical Concepts to Wind Loading of Structures", Proc. Inst. of Civil Engineers, Vol.19, 1961, pp. 449-472