

I-440 閉塞された空間を等加速度運動する角柱に作用する圧力変動の解析

三井造船(株) 正員 平野 廣和 佐野 健一

1. はじめに

現在、リニアモーターカー輸送システム及びカプセル輸送等が各所で計画されている。これらは、ダクトやパイプならびにトンネル等を物体が加速度運動する場合があり、この時、物体前方の空気を圧縮することからこれら空間内の空気の流動を引起す。さらに、閉塞率が高くなると従来の風洞実験等で得られているデータよりも大きな抵抗力を生ずる場合もある。そこで、本報告では、この様な閉塞率が高い空間において、等加速度運動する物体の空気抵抗値を予測するデータを得るために、基本的な形状である角柱を選び、圧縮性流れの解析を実施し、この時の角柱の前後に生ずる圧力変動を求めた。尚、解析には音速法を用いた2段階陽的有限要素法による圧縮性流れの解析手法を用いた。

2. 圧縮性流れの基礎方程式

圧縮性が存在する流れに対して、圧力 P と密度 ρ の関係は、次の状態方程式で結ばれている。

$$P = K \rho^\gamma \quad (1) \quad c^2 = \partial P / \partial \rho = K \gamma \rho^{\gamma-1} \quad (2)$$

ここで c は音速、 K は比例定数、 γ は比熱比である。ところで、本来の圧縮性の状態方程式は、 $P = \kappa \rho T$ (T : 絶対温度) で表されるが、通常粘性があまり大きくない流体では散逸関数による熱発生及び熱伝導による熱交換を無視することができる。従って、現象が断熱的に進行すると仮定すれば、エネルギー方程式を省略することができ、断熱状態の状態方程式は式(1)で表される。式(2)を時間 t 及び x , y で微分し、質量保存の式にこれらの関係を代入し整理すると、次の方程式を得ることができ、これを連続の式とする。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\gamma-1}{2} c \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (3)$$

ここで u , v は流速を表す。一方、運動を支配する方程式には圧縮性を考慮した Navier-Stokes の方程式を用いる。式(1)を x , y で微分することにより、次の圧力の微分項に関しての関係を求めることができる。

$$\frac{\partial P}{\partial x} = c \frac{2}{\gamma-1} \rho \frac{\partial c}{\partial x} \quad (4) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = c \frac{2}{\gamma-1} \rho \frac{\partial c}{\partial y} \quad (5)$$

式(4), (5)を Navier-Stokes の方程式に代入して整理すると、次の式を得ることができる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{2}{\gamma-1} c \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\kappa}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \\ & - \frac{\kappa}{\rho} \left(2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) = f_x \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2}{\gamma-1} c \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\kappa}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ & - \frac{\kappa}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = f_y \end{aligned} \quad (7)$$

これらを運動方程式とする。ここで、 κ は体積粘性係数、 μ はせん断粘性係数、 f は外力をそれぞれ表す。

3. 解析手法

圧縮性流れの運動の方程式(6), (7)と連続の方程式(3)に Galerkin法を適用し、運動の方程式の粘性項に部分積分をほどこした上で有限要素方程式に定式化する。解析領域は三角形要素で離散化し、流速・音速ともに一次の形状関数で内挿補間する。ところで、両方の式には時間微分項が入っているため、時間方向への離散化を行う。時間方向への離散化には、2段階陽的解法を適用し、有限要素方程式を誘導する。

ところで、本解析は、等加速度運動を扱うことから、物体の移動を取扱うこととなる。解析手順を図-1

に示す。まず①において時間経過後の重心位置を算出する。（ $L = 1/2 a t^2$ a は加速度を表す）②において①での重心位置から既存節点に最も近い位置での物体表面節点を算出し、さらに③においてこの節点に流速を与える。（ $U = a t$ ）これを既定移動位置まで繰り返すこととする。

4. 解析条件

解析領域は、図-2に示す様に、高さ方向 1.0、横方向 150.0の流路を用い、高さ 0.375、長さ 1.5の角柱が区間ADから初速 0.0で横方向距離 100まで等加速度運動するものとする。ここでの断面長さに対する閉塞率は、37.5%である。尚、本解析では、総節点数 14600、加速度 $a = 2.042$ である。解析条件は区間ADで大気圧開放とし、区間BCは蓋が閉まった状態とする。また解析は、2次元平面解析とし、さらに区間AB、BC、DCで生ずる流路と流体との間の摩擦抵抗等は無視するものとする。

5. 解析結果

図-3に解析結果を示す。実線は物体前方圧、点線は物体後方圧、一点鎖線は前

後の圧力差である。前方圧はほぼ動圧に比例する傾向が窺われている。また、後方で大きな負圧が生じるのは、物体後方での渦の発生によるものと考えられる。物体前後の圧力差から抗力係数を算出すると、水平距離 75.0 までは $C_D = 3.1$ となっている。しかし、水平距離 75.0 を越えると、後方圧に非線形性の影響が見られ、抗力係数が増加する傾向にある。一般に、本解析モデルのように縦横比が 1:4の角柱で閉塞効果が無い場合には、 $C_D = 1.1$ 程度¹⁾であることから、閉塞効果と等加速度運動により抗力係数が 2.8倍程度大きくなったと推定される。尚、文献^{2)~3)}によれば、球の場合であるが、本解析と同程度の閉塞率における物体静止状態での風洞実験では、抗力係数が閉塞無しに比べ約 1.4~1.8 倍に、等加速度運動が加味される場合にはさらに 1.5倍程度となり、全体で抗力係数が 2.1~2.7 倍程度になることが報告されている。

6. おわりに

本手法により、閉塞された空間を等加速度運動する物体の圧力変動が、定性的ではあるが解析できるようになったと考える。しかし、カプセル輸送等では円筒チューブ内を物体が移動することから、本来ならば軸対称場を解析をするべきと考える。今後は、実験等との比較ならびに軸対称場を解析するプログラムを開発する予定である。

<参考文献>

- 1) 中口, 他 “矩形断面の柱の抗力に関する一実験” 航空学会誌, Vol.16 No.168, 1968
- 2) 藤森, 他 “ダクト内を落下する球の前後圧力変動に及ぼす閉塞率とダクト端部の境界の影響”, 航空宇宙学会第21期年会講演会, 1990
- 3) 綿貫, 他 “球まわりの流れに及ぼす閉塞率の影響”, 航空宇宙学会第21期年会講演会, 1990

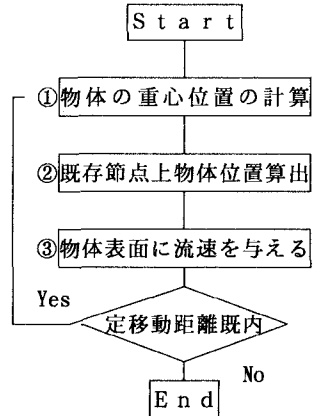


図-1 解析手順

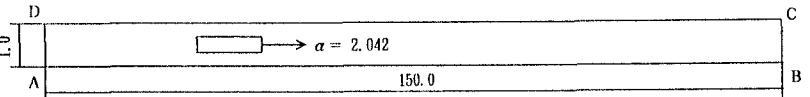


図-2 解析モデル

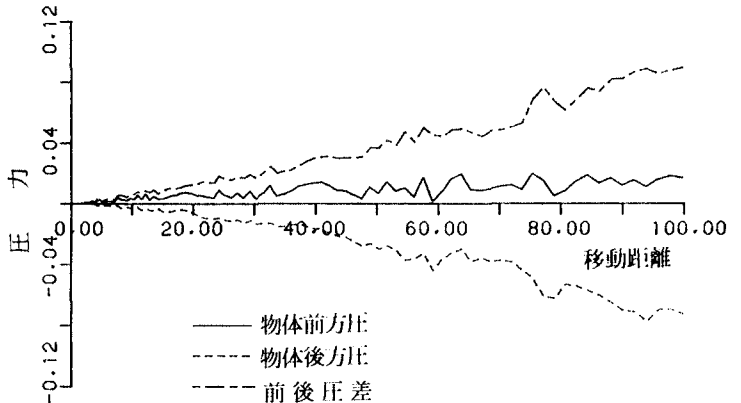


図-3 等加速度運動する角柱に作用する圧力