

長崎大学工学部 学生員 ○其田智洋

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 正 員 小西保則

1. まえがき 柔軟宇宙構造のダイナミックスが最近議論されるようになってきている。柔軟なゆえに推進力などによってダイバージェンスやフラッターなどの動的不安定が起こるおそれがある。したがって、これらの構造物の動的安定性を把握しておくことが、制振対策を考えるうえで重要である。このような研究の第一歩として、本研究は、線形的な熱勾配をもつ先端でバネ支持された変断面片持ちばりの動的安定性¹⁾を文献2)で提案した方法を用いて詳しく解析するものである。数値計算において、系の固有振動特性、座屈特性、動的不安定領域を各種のパラメーターのもとに明らかにする。

2. 基礎式および解法 先端で周期的軸方向荷重 $P(t) = P_0 + P_1 \cos \omega t$ を受ける長さ方向に線形的に変化する長方形断面をもつ先端弾性支持の片持ちばりの一般図を図-1に示す。また、長さ方向に一樣な温度勾配(定常温度分布)をもつ。はりの任意点のたわみ w 、ヤング率 $E(x)$ 、断面2次モーメントを $I(x)$ 、断面積 $A(x)$ 、密度 ρ とすれば、Bernoulli-Eulerばりの理論にもとづく運動方程式および境界条件は次のように与えられる。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [E(x) I(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}] + P(t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$w(0, t) = 0, \quad \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = 0, \quad [E(x) I(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}] \Big|_{x=L} = 0, \\ \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [E(x) I(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}] + P(t) \frac{\partial w}{\partial x} - K_e w \right\} \Big|_{x=L} = 0 \quad (2)$$

上式をはりの長さ L 、自由端の断面 (b_1, h_1) とヤング率 E_1 および横波の伝播速度 c を用いて無次元化すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [S(\xi) T(\xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2}] + p(\tau) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + m(\xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0 \quad (3)$$

$$\text{ここに、} \xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{w}{L}, \quad \tau = c t, \quad c^2 = \frac{E_1 I_1}{\rho A_1 L^4},$$

$$p(\tau) = \frac{P(t) L^2}{E_1 I_1}, \quad \alpha = \frac{P_0}{P^*}, \quad \beta = \frac{P_1}{P^*}, \quad P^* = \frac{P^* L^2}{E_1 I_1}, \quad \kappa_e = \frac{K_e L^3}{E_1 I_1}, \quad \text{図-1 片持ちばりの一般形状}$$

$$p(\tau) = (\alpha + \beta \cos \theta \tau) P^*, \quad \theta = \omega / c, \quad T(\xi) = [1 - \delta(1 - \xi)]$$

$$S(\xi) = [1 + \alpha^*(1 - \xi)][1 + \beta^*(1 - \xi)]^3, \quad m(\xi) = [1 + \alpha^*(1 - \xi)][1 + \beta^*(1 - \xi)]$$

α^*, β^* は断面変化パラメーター、 δ は温度パラメーター

式(3)の一般解を次のように仮定する。

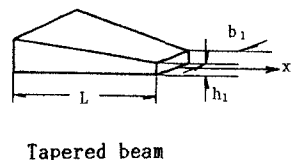
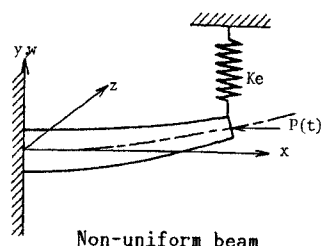
$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{r=1}^N f_r(\tau) \eta_r(\xi) \quad (4)$$

ここに、 $f_r(\tau)$ は未知の時間関数、 $\eta_r(\xi)$ は境界条件を満足する座標関数で $\beta = 0$ のときのはりの固有振動形を用いる。

$$\eta_r(\xi) = \sum_{j=1}^r a_j^r \{1 - \cos(2j-1)\pi \xi / 2\} \quad \text{ここに、} a_j^r: \text{定数} \quad (5)$$

式(3)にGalerkin法を適用すると、式(3)は次のような時間に関する運動方程式に変換される。

$$[M]\{\ddot{f}(\tau)\} + ([K] - \alpha P^*[H] - \beta P^*[H] \cos \theta \tau)\{f(\tau)\} = \{0\} \quad (6)$$



式(6)は連立のMathieuの方程式であり、 $\theta=2\omega_i/k(k=1,2,\dots)$ 付近の単純共振と $\theta=(\omega_i+\omega_j)/k$ 付近の結合共振は固有値問題に変換する方法を用いて得ることができる。なお、式(6)において変動軸力 $\beta=0$ とすれば、静的軸力 α を受けるはりの固有振動数 ω_i が得られ、また、時間の項を無視すれば、座屈荷重 p_1^* が求められる。

3. 数値結果 (1)固有振動特性 図-2は、無次元固有振動数 ω_1 と温度勾配 δ との関係を無次元バネ定数 κ_e の($\alpha^*=2.0, \beta^*=1.0, \alpha=0.0$)パラメータに示したものである。図のように、温度勾配が大きくなれば、振動数は低下するが、この割合は高次ほど大きくなる。バネ定数 κ_e の効果は、振動数を増加させるが、その効果は κ_e の大きさによって異なる。

(2)座屈特性 図-3は、10項近似で求めた座屈荷重 p_1^* と温度勾配 δ との関係をバネ定数 κ_e の($\alpha^*=2.0, \beta^*=1.0, \alpha=0.0$)パラメータにプロットした結果である。図-2と同様なパラメータの影響を受ける。なお、文献1)では、3次の座屈曲線に項数不足(5項近似)による差異が見受けられた。

(3)不安定領域 図-4,5は3次振動まで考慮にしたバネがない場合($\kappa_e=0$)とバネがある場合($\kappa_e=1000$)の2ケースに対する不安定領域を示したものである。図中の縦軸は変動軸力の振幅 β を示し、横軸は静的軸力 $\alpha=0$ のときの1次の固有円振動数で無次元化した励振振動数 $\bar{\omega}$ である。また、右下が

りの斜線部が結合共振($\omega_i+\omega_j)/k$ の不安定領域を、右上がりの斜線部が単純共振 $2\omega_i/k$ の不安定領域を意味する。図のように、従来の方法で求められていない結合共振が存在する。 κ_e は不安定領域の現われる振動数および幅を変える。

4. まとめ 本研究によって従来の研究では、項数が不足していることを示した。また、不安定領域には結合共振も存在し、無視できない広さであることを明らかにした。したがって、不安定領域全体を明らかにするには、本論の解法によらなければならない。

参考文献 1)Kar,R.C.and Sujata,T. : Journal of Sound and Vibration (1988)122,209-215.

2)Takahashi,K. : Journal of Sound and Vibration(1982)85,257-262.

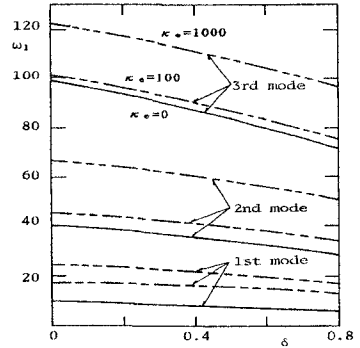


図-2 固有振動数 ω_1 と温度勾配 δ の関係

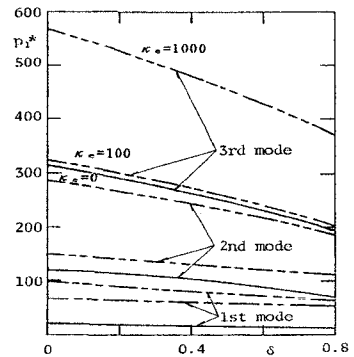


図-3 座屈荷重 p_1^* と温度勾配 δ の関係

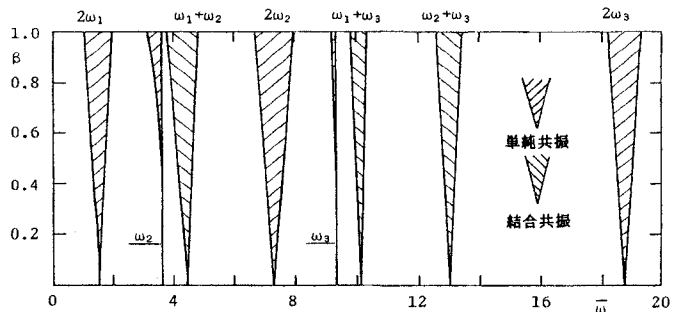


図-4 不安定領域($\alpha^*=2.0, \beta^*=1.0, \delta=0.0, \kappa_e=0.0$)

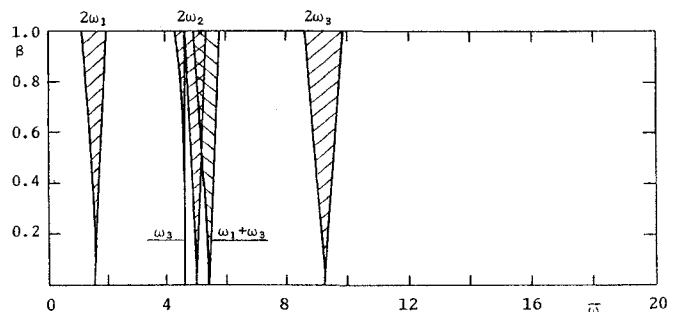


図-5 不安定領域($\alpha^*=2.0, \beta^*=1.0, \delta=0.0, \kappa_e=1000.0$)