

神戸大学工学部 正員○森川英典 阪神高速道路公団 正員 山本昌孝
神戸大学工学部 正員 宮本文穂 山 口 県 正員 桜井敏幸

1. はじめに 橋梁の振動特性を利用して損傷を評価する場合、各部の損傷に対して最も感度の高い振動パラメータを用いる必要がある。本研究では、損傷パラメータとして剛性低下の他に減衰変化を、振動パラメータとして固有振動数、振動モードの他に位相差を取り上げ、それらの特性を高精度でかつ効率よく評価するための解析手法として区分モード合成法を用いた複素固有値解析を検討し、橋梁のモデル解析により損傷と振動特性の変化との関係およびその感度を把握し損傷評価への有効性を検討した。

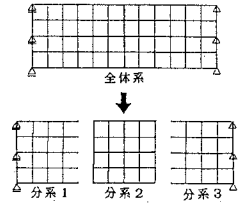


図1 区分モード合成法による解析モデル

2. 解析手法 部分構造合成法の一手法である区分モード合成法¹⁾は図1に示すように一旦構造系を分割し分系毎に固有値解析を行って振動特性を求め、それを再び合成

して全体系の解析をモード座標系で行うものである。本研究では一般粘性減衰を考慮した複素固有値解析への区分モード合成法の適用を検討した。まず、全体系を n 個の分系に分割し非結合領域を a 、結合領域を b とすると分系 i の運動方程式は次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_{aa} & \bar{M}_{ab} \\ \bar{M}_{ba} & \bar{M}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_{ia} \\ \ddot{\delta}_{ib} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{C}_{aa} & \bar{C}_{ab} \\ \bar{C}_{ba} & \bar{C}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_{ia} \\ \dot{\delta}_{ib} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{aa} & \bar{K}_{ab} \\ \bar{K}_{ba} & \bar{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{ia} \\ \delta_{ib} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式(1)についてGuyan静縮小を行うと、次式のように非結合-結合領域の変位関係式が得られる。

$$\{\delta_{ia}\} = -[\bar{K}_{aa}]^{-1}[\bar{K}_{ab}] \{\delta_{ib}\} = [T_i] \{\delta_{ib}\} \quad (2)$$

各分系についてGuyan静縮小を行った後、結合領域 b のみを合成した全系の運動方程式について固有値解析を行い、結合領域の変位を各モードの線形結合として次式のように求める。

$$\{y_b\} = [\phi_b] \{\xi_b\} \quad (3) \quad \text{但し, } [\phi_b] = [\phi_{b1} \ \bar{\phi}_{b1} \ \phi_{b2} \ \bar{\phi}_{b2} \ \dots \ \phi_{bk} \ \bar{\phi}_{bk}] ; \text{採用}$$

モード数 $2k$ の複素固有モードマトリクス, $\{y_b\}^T = \{\bar{\delta}_b \ \delta_b\}^T$, $\{\xi_b\}^T = \{\xi_{1b} \ \bar{\xi}_{1b} \ \dots \ \xi_{nb} \ \bar{\xi}_{nb}\}$; モード座標

次に、結合領域 b を拘束した状態で分系毎に領域 a の固有値解析を行い、次式のように変位を求める。

$$\{y_{ia}\} = [[T_i] [\phi_{ib}] \ \phi_{ia}] \{\xi_i\} \quad (4) \quad \text{但し, } [\phi_{ia}] = [\phi_{ia1} \ \bar{\phi}_{ia1} \ \phi_{ia2} \ \bar{\phi}_{ia2} \ \dots \ \phi_{iam} \ \bar{\phi}_{iam}] ; \text{採用モード数} 2m \text{の複素固有モードマトリクス, } \{\xi_i\} = \{\xi_{ib} \ \bar{\xi}_{ib}\}, [T_i] = \begin{bmatrix} [T_i] & 0 \\ 0 & [T_i] \end{bmatrix}$$

全系の変位は、結合領域、非結合領域の解析結果から次式のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} y_b \\ y_a \end{Bmatrix} = [X] \begin{Bmatrix} \xi_b \\ \xi_a \end{Bmatrix} = [X] \{\xi\} \quad (5) \quad \text{但し, } \{y_a\}^T = \{y_{1a} \ \dots \ y_{na}\}^T, \{\xi_a\}^T = \{\xi_{1a} \ \dots \ \xi_{na}\}^T,$$

$$\{\xi_b\}^T = \{\xi_{1b} \ \dots \ \xi_{nb}\}^T, \{\xi\}^T = \{\xi_b^T \ \xi_a^T\}^T,$$

$$[X] = \begin{bmatrix} [\phi_b] & 0 \\ [T] [\phi_b] & [\phi_a] \end{bmatrix}, [T] = \begin{bmatrix} [T_1] & 0 \\ 0 & [T_2] \ \dots \ [T_n] \end{bmatrix}, [\phi_a] = \begin{bmatrix} [\phi_{1a}] & 0 \\ 0 & [\phi_{2a}] \ \dots \ [\phi_{na}] \end{bmatrix}$$

これより最終的に得られる全系の運動方程式は次式で表わされる。

$$[X]^T [P] [X] \{\dot{\xi}\} + [X]^T [Q] [X] \{\xi\} = \{0\} \quad (6)$$

$$\text{但し, } [P] = \begin{bmatrix} [0] & [\bar{M}_{bb}] [0] & [\bar{M}_{ba}] \\ [0] & [\bar{M}_{ab}] [0] & [\bar{M}_{aa}] \\ [\bar{M}_{bb}] [0] & [\bar{C}_{bb}] [\bar{M}_{ba}] & [\bar{C}_{ba}] \\ [\bar{M}_{ab}] [0] & [\bar{C}_{ab}] [\bar{M}_{aa}] & [\bar{C}_{aa}] \end{bmatrix}, [Q] = \begin{bmatrix} -[\bar{M}_{bb}] [0] & -[\bar{M}_{ba}] [0] \\ -[\bar{M}_{ab}] [0] & -[\bar{M}_{aa}] [0] \\ [0] [\bar{K}_{bb}] & [0] [\bar{K}_{ba}] \\ [0] [\bar{K}_{ab}] & [0] [\bar{K}_{aa}] \end{bmatrix}$$

式(6)について固有値解析を行うことにより全系の固有振動数が求まり、さらに式(6)で得られた固有モードを式(5)に代入することにより全系の物理座標系での固有モードを知ることができる。自由度は結合部の採用モード数($2k$)と各分系の採用モード数($2\sum_{i=1}^n m_i$) (n : 分系の数)の和となり、全系の自由度よりかなり少

なくて済む。なお、本手法を用いた橋梁モデルの解析精度について検討した結果、全系のモード数の約半分のモードを採用した場合でも通常の固有値解析の結果とほぼ同程度の精度を有していることを確認した。

3. 橋梁のモデル解析 橋梁の損傷と振動特性の関係を把握するため、図2に示すような3主桁で中桁を有するRC単純T桁橋を想定したモデルを用い、損傷パラメータを変化させて複素固有値解析を行った。損傷パラメータとしては、図2の損傷部A-1, A-2, B-1, B-2の剛性低下および損傷部A-3, B-3の減衰変化を考慮した。図3a), b)に各々損傷部A-1, A-2の剛性低下率と固有振動数低下率との関係を示す。この結果から、損傷位置が振動モードの腹になるモード次数の固有振動数が剛性低下の影響を最も大きく受け、特に、2-1, 2-2次モードは損傷位置の相違による感度の変化が非常に大きい。次に、図4a), b)に損傷部A-3, B-3の減衰を増加させた場合の主桁各点の1-1次振動の位相差の変化を示す。ここで用いる減衰定数は独立した桁毎に一律に減衰係数 c が変化した場合のものとした。この結果から、減衰を変化させた桁の位相差が最も大きく変化していることがわかり、特に損傷部A-3の減衰定数が30%変化した場合、位相差は約1.0rad変化しており、感度が高いといえる。図5に過去4橋において各桁を切断し独立させた状態で行った破壊試験²⁾における破壊過程で測定した減衰定数と剛性低下率の関係を示す。この結果から、データのばらつきは大きいものの剛性低下率が大きくなるほど減衰定数が増大する傾向がわかり、減衰定数に最大20%程度の変化が認められる。以上のような結果より、本研究で対象とした程度の剛性低下及び減衰定数変化が生じた場合、固有振動数及び位相差等の各種振動特性の変化から総合的に判断して損傷位置・程度の推定が行えるものと考えられる。

4. まとめ (1)区分モード合成法を用いた複素固有値解析手法を橋梁モデルに適用し、解析の妥当性を確認した。(2)RC橋の損傷に対する振動特性の変化を調べた結果、位相差の変化に対する減衰定数の感度が高く損傷評価の指標として利用できることが明らかとなった。

【参考文献】1)大熊,長松:区分モード合成法による振動解析,日本機械学会論文集(C編)49巻443号,1983.7
2)前田,宮本:RC-T桁の破壊過程における振動特性の変化と余耐力・破壊形式の予測,土木学会第44回年次学術講演会,1989.10

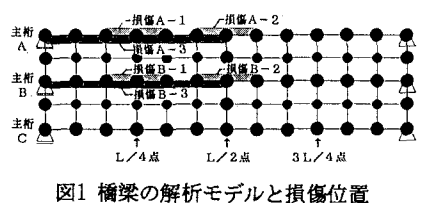


図1 橋梁の解析モデルと損傷位置

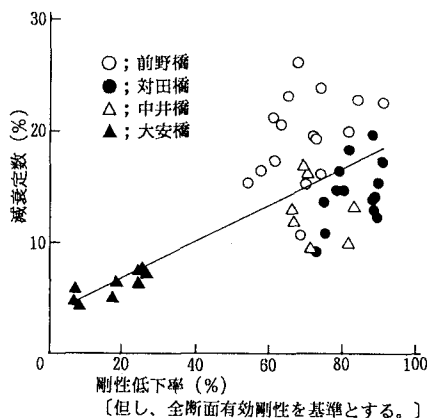
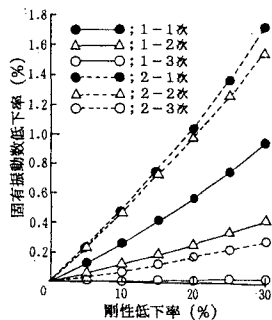
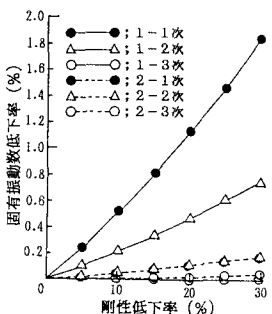


図5 実橋における剛性低下率と減衰定数の関係

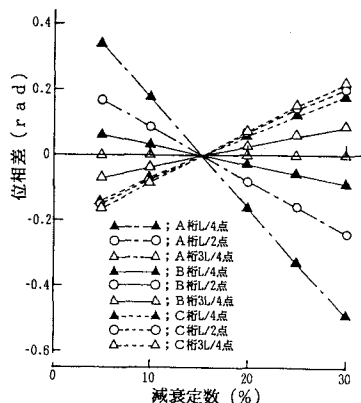


a) 損傷部A-1の場合

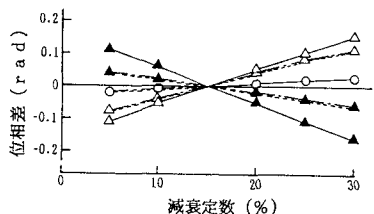


b) 損傷部A-2の場合

図3 剛性低下率と固有振動数の関係



a) 損傷部A-3の場合



b) 損傷部B-3の場合

図4 減衰定数と位相差の関係