

I-240

周期性従動軸トルクと軸力を受ける柔軟構造材の動的弾性安定性について

横河橋梁製作所 正 員 今田 安男
山 口 大 学 正 員 會田 忠義

1. まえがき 軽・軟骨組構造物中の一部材は、一般に、構造物全体の振動時に材端の節点を通して周期性軸トルクや軸力を受ける。著者らは、このような部材(部材断面のせん断中心と図心が一致していないフレキシブルな部材)に周期性軸トルクのみが作用する場合の単純パラメトリック共振¹⁾と結合共振²⁾について調査し、さらに周期性軸トルクと一定軸力が作用する場合の動的安定性を調査してきた。³⁾ 本研究は、周期性軸トルクと共に周期性軸力が作用する場合について調査したものである。単純パラメトリック共振の算出にはBolotin法⁴⁾を、結合共振にはFloquetの定理を用い特性指数の挙動による判定法⁴⁾を適用した。ここでは、溝形断面を有し、Fig.1に示す一端固定他端自由材を対象に調査結果を示す。

2. 基礎方程式 Fig.1に示す外力を受け、振動している部材の動的安定解析の基礎方程式を基準座標で表わすと、次式で表わせる。

$$A \ddot{f} + B \dot{f} + (h C_1 \cos \omega_1 t + p C_2 \cos \omega_2 t) f = 0 \quad \dots(1)$$

式中、 f は基準座標ベクトル、 h は外部トルクの振幅と基準トルク($\bar{M}_T$)との比を、 p は外部軸力の振幅と基準軸力($\bar{Q}_T$)との比を表わし、 ω_1 及び ω_2 はそれぞれ外部トルク及び軸力の円振動数を表わす。A:Mass matrix, B:Stiffness matrix, C_1, C_2 :Initial stress matrices.

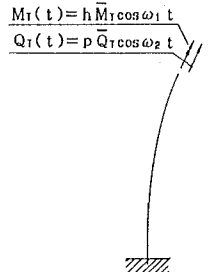


Fig.1 荷重状態

3. 不安定領域の算出法 トルクと軸力が同時作用するとき、基礎方程式(1)は $\omega_1/\omega_2=n/m$ (n, m は正の整数)のときのみMathieu方程式になり、係数の周期は $T=n(2\pi/\omega_1)=m(2\pi/\omega_2)$ 、円振動数は $\Omega=\omega_1/n=\omega_2/m$ である。単純パラメトリック共振領域の境界振動方程式はBolotin法によれば次式で与えられる。³⁾

$$\begin{vmatrix} -\frac{1}{4}\Omega^2 [A]_{11} + [B]_{11} + \frac{1}{2}h [C_1]_{1a} + \frac{1}{2}p [C_2]_{1a} \\ -\frac{1}{4}\Omega^2 [A]_{12} + [B]_{12} + \frac{1}{2}h [C_1]_{1b} + \frac{1}{2}p [C_2]_{1b} \end{vmatrix} = 0 \quad \dots(2)$$

$$\begin{vmatrix} -\frac{1}{4}\Omega^2 [A]_{2a} + [B]_{2a} + \frac{1}{2}h [C_1]_{2a} + \frac{1}{2}p [C_2]_{2a} \\ -\frac{1}{4}\Omega^2 [A]_{2b} + [B]_{2b} + \frac{1}{2}h [C_1]_{2b} + \frac{1}{2}p [C_2]_{2b} \end{vmatrix} = 0 \quad \dots(3)$$

ここで、 $[A]_{11}, [A]_{2a}, [A]_{2b}$ はAを含むマトリックス、 $[B]_{11}, [B]_{2a}, [B]_{2b}$ はBを含むマトリックス、 $[C_1]_{1a}, [C_2]_{1a}, [C_1]_{1b}, [C_2]_{1b}$ ($i=1, 2$)はCを含むマトリックスである。式(2),(3)から与えられた h 及び p に対する不安定領域の境界振動数 Ω が求められる。

結合共振領域についてはFloquetの定理を適用し、一般解の特性指数の符号により不安定領域を求める。このときの特性方程式は次式で表わせる。³⁾

$$\begin{vmatrix} -\Omega^2 [A]_0 + [B] + \frac{1}{2}h [C_1] + \frac{1}{2}p [C_2] \\ + 2\lambda \Omega [A]_1 + \lambda^2 [A]_2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots(4)$$

式中、 $[A]_0, [A]_1, [A]_2$ はAを含み、 $[B]$ はBを含み、 $[C_1], [C_2]$ はCを含むマトリックスである。

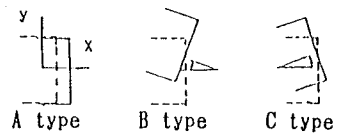


Fig.2 振動モード

4. 安定図 Table 1に示す固有円振動数を有する溝形断面

Table 1 固有振動数

面材について、軸トルクはせん断中心に、軸力は図心に作用する場合を想定する。表中の $\Omega_A, \Omega_B, \Omega_C$ は部材の自由端がFig.2に示すように振動するモードの最低次の固有円振動数を

MODE	Ω_A	Ω_B	Ω_C
rad/sec	32.67	165.68	217.77

示している。自由端に周期性従動軸力と周期性従動軸トルクが作用する場合($\omega_1=\Omega, \omega_2=\Omega$)の単純パラメトリック共振時の安定図をFig.3に示す。図中、横軸には励振振動数 Ω を無荷重時の固有振動数 Ω_A の2倍で無次元化したもので、縦軸(h/mL^3)は集中トルク、斜め軸(p/mL_2)は集中軸力を表わす。また、(a)に主不安定領

域を，(b)に副不安定領域を示す。

結合共振の安定図はFig.4に示す。図には，単純パラメトリック共振と結合共振の両方を描き，横軸は Ω/Ω_{A1} とする。

5. 結論 本研究での解析結果から次のことが明らかになった。

単純パラメトリック共振については，

(1)トルクのみ作用時，固有振動数を Ω_1 としたとき $2\Omega_1/k$ ($k=1,3,\dots$)の近傍で発生する係数励振不安定振動である主不安定領域は存在しないが， $2\Omega_1/k$ ($k=2,4,\dots$)の近傍で発生する係数励振不安定振動である副不安定領域は存在する。

(2)トルクより軸力の方が不安定化に関しては影響が大きく，曲げのみの振動のAタイプの不安定領域は拡大化する傾向がある。

結合共振については，

(1)結合共振は主不安定領域に相当するものの $(2(\Omega_p \pm \Omega_q)/k, \Omega_p, \Omega_q: \text{固有振動数}, k=1,3,\dots)$ は存在せず副不安定領域に相当するものの $(2(\Omega_p \pm \Omega_q)/k, \Omega_p, \Omega_q: \text{固有振動数}, k=2,4,\dots)$ のみ存在する。

(2)トルクのみを作用させた場合，結合共振は単純パラメトリック共振に比べてかなり広い領域幅を持つ。

(3)結合共振領域はトルクのみに影響される領域と軸力のみに影響される領域に分けられ，それぞれの領域は他の影響を受けない。

参考文献

- 1) T.Aida and T.Kusukubo: Journal of Sound and Vibration, Vol.124, No.3, 1988, pp.467-477.
- 2) 會田・今田：第38回応用力学連合 講演会予稿集, 1989, pp.271-272.
- 3) 今田・會田：土木学会第44回年次学術講演会概要集第1部, 1989, pp.690-691.
- 4) V.V.Bolotin: The Dynamic Stability of Elastic Systems, Holden-Day, inc., 1964.

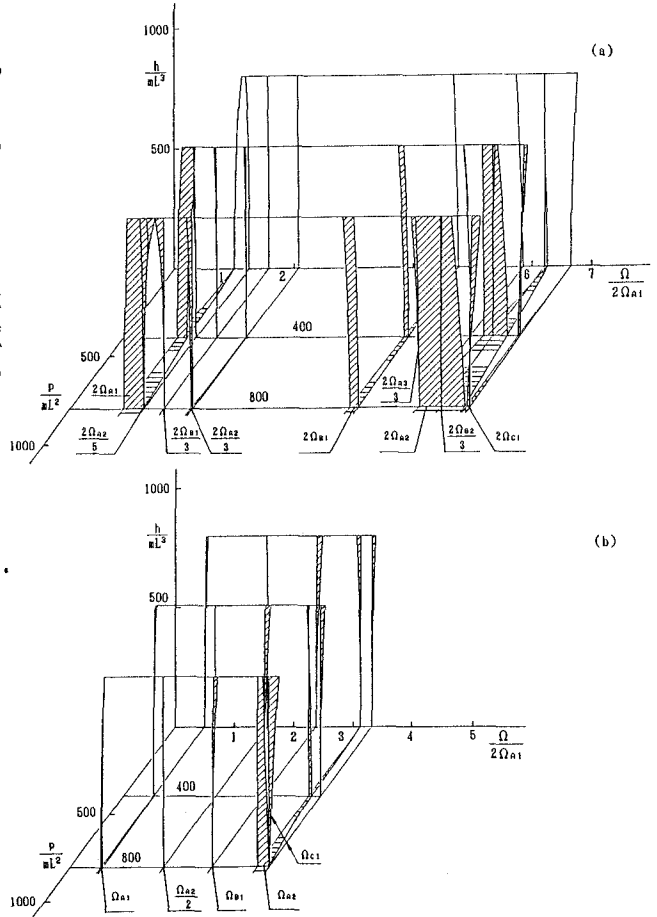


Fig.3 単純パラメトリック共振領域図

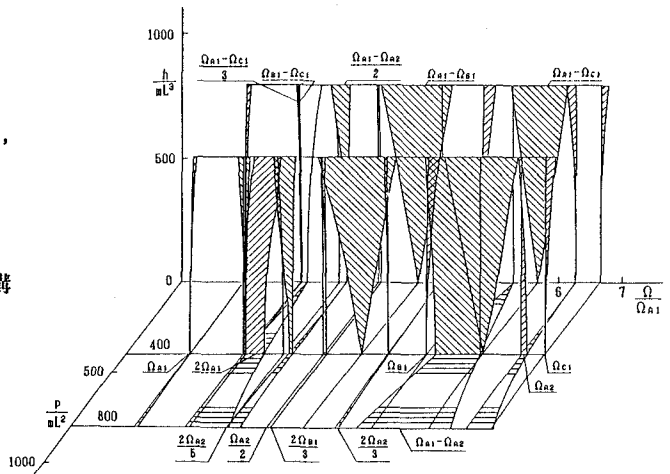


Fig.4 結合共振領域図