

I-218

衝撃荷重を受ける厚円盤の応力波伝播解析

大阪市立大学工学部 正 員 小林 治俊, 園田恵一郎
大阪市立大学大学院 学生員 ○山本 新, 中岡 健一

【1】まえがき

先に¹⁾, 滑床上の軸対称厚円盤が上面に衝撃荷重を受ける場合を三次元動弾性理論に基づき固有関数展開法²⁾による解析を行い, 応力波伝播特性を明らかにした. 本文は, 周辺が支持され下面が自由な場合の応力波伝播特および曲げ応答を検討するものである.

【2】解析

図1に, 厚円盤の座標系を示している. 等方性軸対称問題の運動方程式は次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} G \left[\Delta u + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right] &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ G \left[\Delta w + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial z} \right] &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに, G =せん断弾性係数, ν =ポアソン比, ρ =密度, t =時間,

$$e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dots \dots \dots (2)$$

境界条件は, 次に様に表示る.

$$\left. \begin{aligned} w = \sigma_z = 0 & \quad (r=b) \\ \sigma_z = -f(t)q(r), \tau_{rz} = 0 & \quad (z=-h/2) \\ \sigma_z = \tau_{rz} = 0 & \quad (z=+h/2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

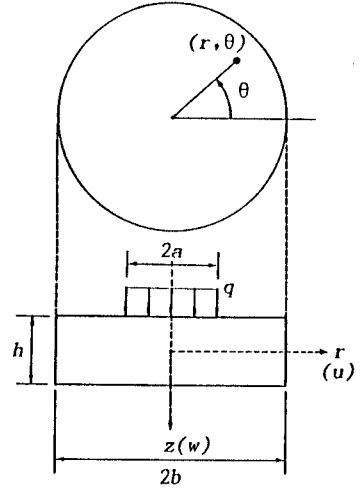


図1 座標系

式(1)-(3)で与えられる本問題の固有関数による解析方法は, 文献(1), (2)に記したので省略する.

【3】数値計算例

円盤上面にステップ状の部分分布荷重 q が作用する場合を, 荷重幅/半径比(a/b)=0.4, 円盤厚/直径比($h/2b$)=0.3, ν =0.3として数値計算を行った. なお載荷前の円盤は静止しているものとした.

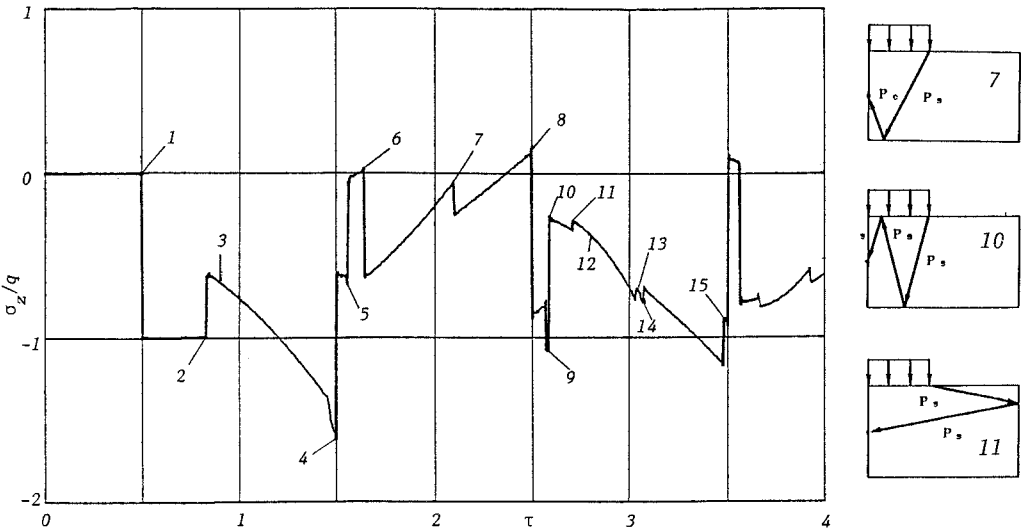
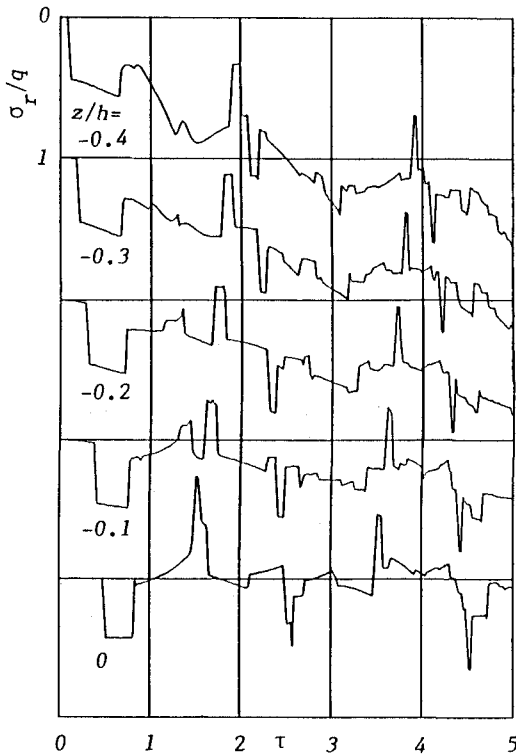
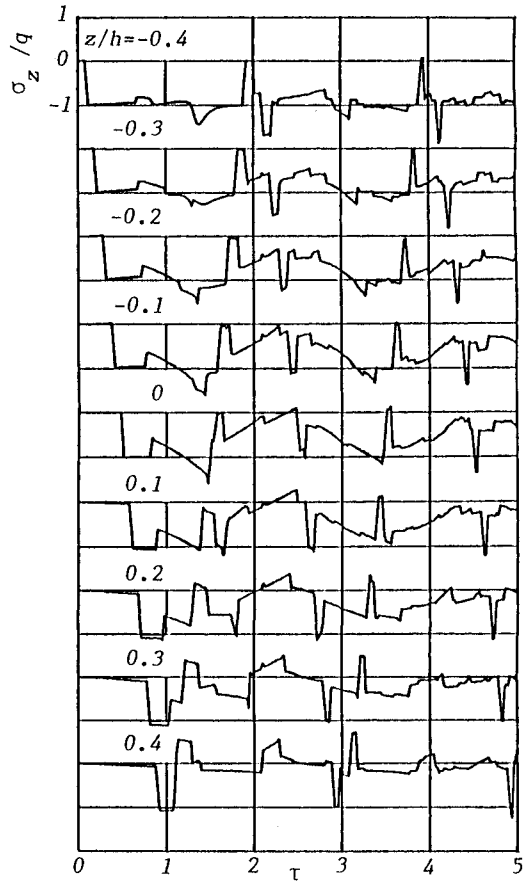


図2 円盤中心($r=z=0$)の σ_z の時間変動と応力波経路

最初に薄板理論では表せない応力 σ_z の円盤中心での時間変動を図2に示す。横軸は無次元時間 $\tau = C_1 t / h$ 、ここに $C_1 = \sqrt{2G(1-\nu)/\rho(1-2\nu)}$ は縦波の速度を表し、縦波が円盤厚を進むに要する時間が1となる。応答曲線は時間刻み $\Delta\tau = 0.005$ として描いた。応答曲線で応力が不連続的に変動している箇所は特徴的な応力波の波面が到達したことを示している。いま、縦波、横波をP, S, 円盤の上面、下面、端部をU, L, E, 载荷中央、载荷端部、下面中央をa, b, cと記し、波線理論³⁾により図中①~⑩を付した応力変動に対する応力波経路を決定すれば、①= P_U^a , ②= P_U^b , ③= S_U^a , ④= $P_U^a P_L^c$, ⑤= S_U^b , ⑥= $P_U^b P_L$, ⑦= $P_U^b S_L$, ⑧= $P_U^a P_L^c P_U^a$, ⑨= $S_U^b P_L$, ⑩= $P_U^b P_L P_U$, ⑪= $P_U^b P_E$, ⑫= $S_U^a S_L^c$, ⑬= $P_U^b P_L S_U$, ⑭= $S_U^b S_L$, ⑮= $S_U^b P_L P_U$, 等と書ける。⑦⑩⑪の波線経路を同図に示している。なお、これらの応力波の到達時刻は波線理論によるものと本計算値とは一致した。

次に、図3, 4は、円盤中心軸上($r=0$)の各点での応力 σ_r , σ_z の時間変動を $\Delta\tau = 0.02$ に対して描いたものである。図1の応答曲線よりも時間刻みが粗いので、縦波が到達する場合の応答の立ち上がりが垂直ではなく幾分傾斜している。また中立面より下では、本来無応答であるべき応答の立ち上がり時間帯でわずかではあるが値を示している。これは級数の収束性に起因するものと考えられるが、本解析値は十分な信頼性を有するものと言えよう。級数の収束状況・長期曲げ応答など他の結果については講演時に発表する。

図3 中心軸上($r=0$)の σ_r の応答曲線図4 中心軸上($r=0$)の σ_z の応答曲線

【参考文献】(1)小林他:衝撃荷重を受ける弾性厚円盤の解析, 土木学会年次学術講演会(1989)1-328, (2)奥田他:衝撃荷重を受ける平面梁の応力波伝播解析, 土木学会年次学術講演会(1988)1-424, (3)佐藤泰夫:弾性波動論, 岩波書店, 1978.