

I-217 衝撃荷重を受ける有限円板の応答性状

専修大学道短期大学 正員 三上 敬司 室蘭工業大学 正員 松岡 健一
室蘭工業大学 正員 岸 徳光 日本大学生産工学部 正員 能町 純雄

1. まえがき

衝撃荷重を受ける平板の衝撃応答に関しては、多くの研究者によって解析および実験が行われている。また、衝撃応答解析で扱う板理論には、古典理論である薄板理論および薄板理論を板の回転慣性とせん断変形に関して修正した Mindlinプレート理論¹⁾ などがある。しかし、古典板理論と修正板理論とが衝撃作用時間、荷重幅の変化によってどのように異った挙動を示すかについて、また、衝撃点に作用する衝撃力を支点においてロードセルを用いて衝撃力を算定しているが、その是非について理論的に解明されていないようである。そこで、

本論文では、有限円板に衝撃荷重を作用させた場合の古典板理論と修正板理論に関して解析を行い、これらの理論が、 r 方向の応力、鉛直変位と支点反力に関して衝撃作用時間の変化によってどのような影響を及ぼすか、さらに、実際問題として減衰作用が生じることから、減衰効果も考慮して比較検討を行う。

2. 理論解析

図-1に示したように、密度 ρ 、半径 a 、板厚 d の有限円板に荷重幅 r_a の分布荷重 $q(r, t)$ が古典理論と回転慣性、せん断変形を考慮した修正理論を用いた板に作用した場合の r 方向の応力 σ_r 、鉛直方向の変位 w_z 、 $r=a$ における r 方向の反力 V_r を求める。ただし、板の構造減衰を減衰係数 C とおく。

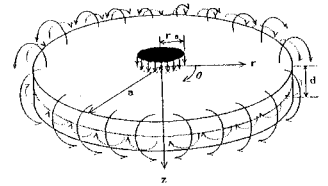


図-1 衝撃荷重を受ける有限円板

1) 古典板理論

極座標で表した軸対称円板の運動方程式は、次式となる。

$$D \nabla^4 w + CA \nabla^4 \frac{\partial w_z}{\partial t} + \rho d \frac{\partial^2 w_z}{\partial t^2} = q(r, t) \quad (1)$$

ここで、 $A = \pi a^2$ 、 E を板の弾性係数、 ν をポアソン比とする。

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{r \partial r} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \right], \quad \text{板剛度 } D = \frac{E d^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

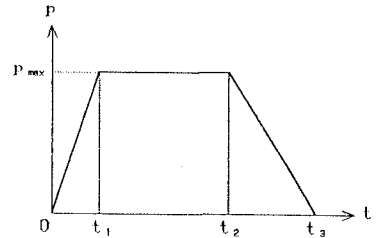


図-2 時間方向に関する衝撃荷重

2) 修正板理論

回転慣性を考慮した場合の曲げモーメントによるたわみ角 ψ とせん断係数 $\kappa^2 (=0.909^{22})$ 、せん断弾性係数 G とし、古典理論の場合と同様に極座標による軸対称円板の運動方程式は、次式のように表すことができる。

$$\left[D + CA \frac{\partial}{\partial t} \right] \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\psi}{r^2} \right] - \kappa^2 G d \left[\frac{\partial w_z}{\partial r} + \psi \right] = \frac{\rho d}{12} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\left[\kappa^2 G d + C \frac{\partial}{\partial t} \right] \left[\frac{\partial^2 w_z}{\partial r^2} + \frac{\partial w_z}{r \partial r} \right] + \kappa^2 G d \left[\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} \right] + q(r, t) = \rho d \frac{\partial^2 w_z}{\partial t^2} \quad (3)$$

(1)、(2)、(3)式をそれぞれ半径方向に関しては有限ハンケル変換、時間に関してはラプラス変換を施してそれぞれ逆変換をすると鉛直変位 w_z が求められる。ただし、境界条件は、 $r=a$ において、 $w_z=0$ 、合モーメント $M_r + M_\theta=0$ である自然境界条件とする。これらの鉛直変位を用いて板における r 方向の曲げモーメントと支点反力³⁾の式へ代入して求める。

表-1 円板の物性値

ρ (t/m ³)	ν	E (tf/m ²)
2.5	1/6	2×10^6

3. 数値計算例

数値計算における板の物性値は、表-1に示しているようにコンクリートを想定して、そこへ衝撃荷重(図-1では半径方向において等分布荷重、図-2では時間方向において台形荷重とし、衝撃時間に関してすべて一定比 $t_1:t_2:t_3=1:2:10$ とする。)が作用した場合、応答性状の検討を行った。ただし、数値計算はすべて無次元化して、例えば無次元時間 $t_0=\sqrt{E/\rho} \cdot t/a$ 、板厚比 $d/a=0.1$ として計算を行った。

図-3は、パラメータを減衰定数 $h=0.1$ 、衝撃作用時間と本論における板の第一次無次元固有周期 $t_T=37.7$ を基準とした比 $t_3/t_T=0.1$ 、荷重幅と半径との比 $r_a/a=0.01, 0.05, 0.1$ として、0次ベッセル関数の根の項数に対する両理論における支点反力の収束状況を表している。その結果、荷重幅が大きくなるに従って収束が良くなっていることが分かる。

図-4は、コンクリートの減衰定数については、文献4)の実験結果より $h=0.1$ として、 $t_3/t_T=0.1$ 、 $r_a/a=0.05$ での入力荷重に対する支点反力の時間的変化を示している。古典理論では、縦波が伝播しているので $t_0=1.0$ 、修正理論はせん断波が伝播しているので $t_0=1.5$ で反力が生じ、いずれも多少の時間的ずれはあるが正の反力から負の反力へ移行して行く様子

が分かる。その結果、両理論における伝播状況の違いを確認することができる。

図-5~図-7では、パラメータとして $r_a/a=0.05$ 、 $h=0.0, 0.05, 0.1$ 、衝

撃作用時間 (t_3/t_T) 図-5 応力と衝撃時間 図-6 鉛直変位と衝撃時間

に対する最大応答倍率を示しているが、図-5と図-6に関しては、衝撃時間 $t_1=3.77, t_2=7.54, t_3=37.7$ 、衝撃荷重 $P_{max}=10tf$ の場合の力積を一定として、静的な荷重 $P_{max}=10tf$ を基準とした静的な応力、変位に対する動的応答倍率を表している。いずれも衝撃作用時間が長くなるに従って、応答倍率が減少して1に漸近している。さらに、両方の理論を比較しても、作用時間が短くなる場合は若干の差が生じている。一方、図-7は、衝撃作用時間の変化による入力荷重に対する板の支点反力の最大応答倍率を表している。作用時間が長くなるに従って、 $h=0$ では、入力荷重の3倍前後、 $h=0.05, 0.1$ では、2倍前後となっている。しかし、 $h=0.1$ の場合、短い衝撃時間では、いずれの理論も1.5倍前後ぐらいの値となっている。

4. あとがき

数値計算結果より、 r 方向の応力と鉛直方向の変位は、衝撃作用時間が固有周期に近づくに従って、静的な応力と変位に近づいている。また、支点反力は、入力荷重の2倍と言われているが、ロードセルによる衝撃力の測定は、衝撃時間が比較的に長いところで妥当であるが、衝撃時間が短いところで過大評価となっていることが理論的に解明された。今、荷重幅の影響についても検討中である。

【参考文献】

- 1) MINDLIN, R.D.: Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates, ASME, PP.31~38, 1951.
- 2) 三上敬司他: 有限円板の衝撃応答解析, PP.165~170、土木学会北海道支部論文報告集、1990。
- 3) 小坪清真: 土木振動学、森北出版、pp.251~264、1973。
- 4) 松岡健一他: 衝撃荷重を受けるRC矩形板の実験的研究、土木学会北海道支部論文報告集、PP.177~180、1990。

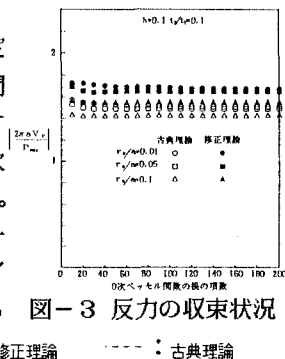


図-3 反力の収束状況

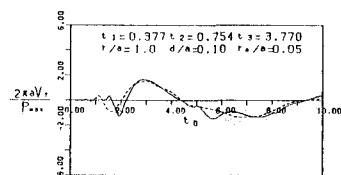


図-4 反力の時間変化(h=0.1)

