Ｉ-215　全波動を前進波動と後退波動に分離する方法

㈱　湊町開発センター　　正会員　　佐々木　定

１．まえがき

１次元波動論は前進波動と後退波動の存在を基本として展開されている。しかし、理論においては両波動の役割が把握されているにもかかわらず、実地の観測においては全波動の主として加速度、変位速度、変位によるものか、あるいはヒズミだけによるものしか実施されていないため、前進波動か後退波動のみが単独に観測される時を捉えるとか、自由端の特殊条件を用いて分離する方法などが行われているものの、一般的には両波動の分離に難行しているのが現状である。本発表は１次元波動論より見出される関係を用い、全波動によって生ずる１次元連続弾性体中のヒズミと変位速度を同時観測することにより、全波動を前進波動と後退波動とに分離する方法について述べるものである。

２．分離の理論

１次元連続弾性体中における波動によって生ずる変位Ｕは、時間ｔ、位置ｘ、波動伝播速度Ｃとすると

$$U(t,x)=F(t-x/C)+G(t+x/C) \tag{1}$$

ここで、Ｆ：前進波動、Ｇ：後退波動であり、ＦとＧはそれぞれ独立した関数である。

（１）式を位置ｘ，および時間ｔで微分すると、それぞれヒズミと変位速度に関する式が得られる。

$$\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial x}=\frac{-1}{C}\cdot\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{1}{C}\cdot\frac{\partial G}{\partial t} \qquad \frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\partial G}{\partial t}=-C\cdot\frac{\partial F}{\partial x}+C\cdot\frac{\partial G}{\partial x} \tag{2}$$

今、$s^+=t-x/C$，$s^-=t+x/C$とおいて

$$\frac{\partial F}{\partial x}=\frac{\partial F}{\partial s^+}\cdot\frac{\partial s^+}{\partial x}=\frac{\partial F}{\partial s^+}\cdot\frac{-1}{C} \qquad \frac{\partial G}{\partial x}=\frac{\partial G}{\partial s^-}\cdot\frac{\partial s^-}{\partial x}=\frac{\partial G}{\partial s^-}\cdot\frac{1}{C} \tag{3}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t}=\frac{\partial F}{\partial s^+}\cdot\frac{\partial s^+}{\partial t}=\frac{\partial F}{\partial s^+}\cdot 1 \qquad \frac{\partial G}{\partial t}=\frac{\partial G}{\partial s^-}\cdot\frac{\partial s^-}{\partial t}=\frac{\partial G}{\partial s^-}\cdot 1 \tag{4}$$

であるので、$\partial F/\partial s^+$，$\partial G/\partial s^-$を媒介として、（３），（４）式を結びつけると、

$$-C\cdot\frac{\partial F}{\partial x}=\frac{\partial F}{\partial t} \qquad C\cdot\frac{\partial G}{\partial x}=\frac{\partial G}{\partial t} \tag{5}$$

なるヒズミと変位速度に関する重要な関係式が成立する。この関係を（２）式の右辺に入れて整理すると、

$$\frac{\partial F}{\partial x}=\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{1}{C}\cdot\frac{\partial U}{\partial t}\right)\frac{1}{2} \qquad \frac{\partial G}{\partial x}=\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{1}{C}\cdot\frac{\partial U}{\partial t}\right)\frac{1}{2} \tag{6}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t}=\left(\frac{\partial U}{\partial t}-C\cdot\frac{\partial U}{\partial x}\right)\frac{1}{2} \qquad \frac{\partial G}{\partial t}=\left(\frac{\partial U}{\partial t}+C\cdot\frac{\partial U}{\partial x}\right)\frac{1}{2} \tag{7}$$

が得られ、この（６），（７）式により全波動のヒズミＨ（$=\partial U/\partial x$）と，変位速度Ｖ（$=\partial U/\partial t$）を同時観測することによって両波動の分離が可能となる。

３．観測と分離の方法と応用

（１）　区間観測によるもの：図－１の如く、１次元連続弾性体中の区間Ａ－Ｂにおいて、波動によって生じた全変位Ｕ，全変位速度Ｖ，全ヒズミＨが観測されたとする。（６）式によって、それらの観測値から前進波動のヒズミH^+（$=\partial F/\partial x$）と後退波動のヒズミH^-（$=\partial G/\partial x$）が求められる。両波動変位Ｆ，Ｇは両ヒズミH^+，H^-を位置ｘで積分し、全変位Ｕに合うように初期値補正して求められる。この方法は、或時刻における弾性体中の或区間における波動の分離状況を求めるのに適している。

（２）　点（面）観測によるもの：図－２の如く、１次元連続弾性体中の点（面）Ａにおける全変位Ｕ，

全変位速度Ｖ，全ヒズミＨが得られると、（７）式によって前進波動の変位速度Ｖ⁺（＝∂Ｆ／∂ｔ）と後退波動の変位速度Ｖ⁻（＝∂Ｇ／∂ｔ）が求められる。両波動変位Ｆ，Ｇは両変位速度Ｖ⁺，Ｖ⁻を時間ｔで積分し、全変位Ｕに合うように初期値補正して求められる。この方法は、弾性体中の１点（面）における時刻毎の波動の分離状況を求めるのに適している。

ここで、観測点Ａの条件が特殊な場合には

１）自由端の場合：観測値のうち全ヒズミＨは常時０の値となるので、全変位速度Ｖのみによって両波動へ分離できる。すなわち全波動の変位速度Ｖ，変位Ｕの半分の値が両波動の値となる。これが従来より用いられている方法[1]である。

２）固定端の場合：観測値のうち全変位速度Ｖは常時０の値となるので、全ヒズミＨのみにより両波動を分離できることとなる。

また、両観測法において観測値が特殊な場合には

３）常時　Ｖ＝ＣＨ　のとき：全波動は後退波動のみとなる。

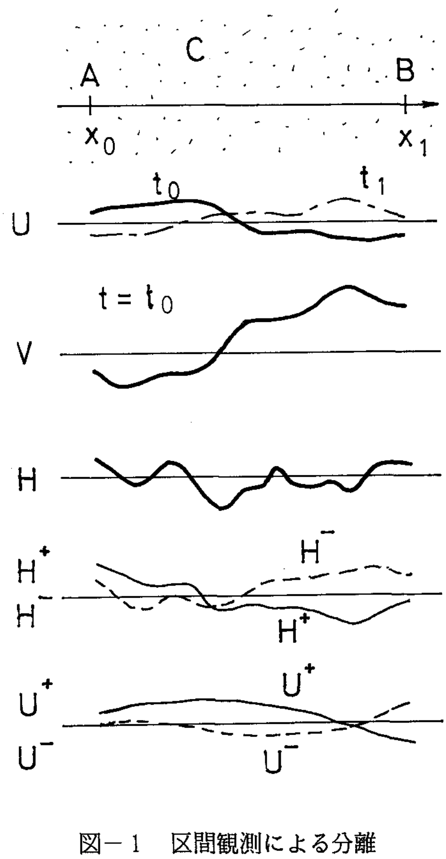
４）常時　Ｖ＝－ＣＨ　のとき：全波動は前進波動のみとなる。

応用の詳細例については発表時に行うこととする。

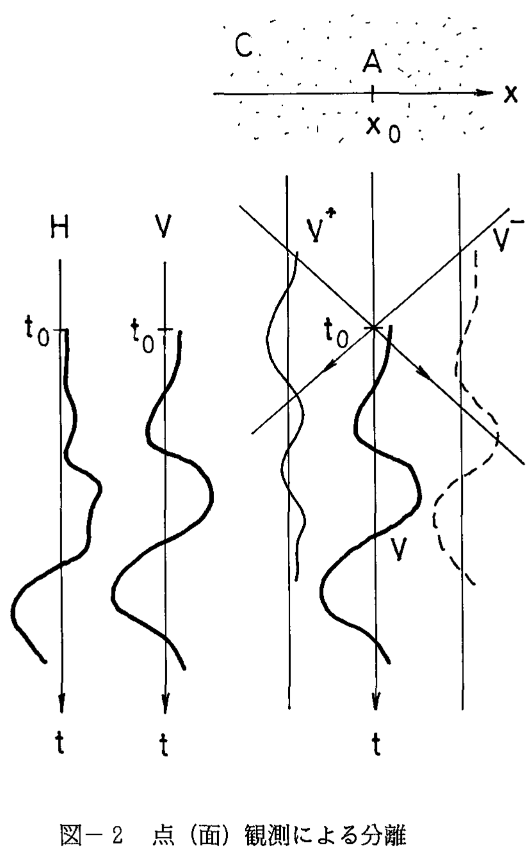
４．おわりに

本手法によって、理論と実地の一致が計れるようになり、より一層の詳しい波動現象の把握が可能となることを願うものである。

文献：１）金井　清：地震工学、共立出版、ｐｐ．９０，１９６９



図－１　区間観測による分離



図－２　点（面）観測による分離