

I-210 重力の影響を受けた弾性層内に 生ずる波動について

東京理大 森地 重暉

1. はじめに

大地震時では弾性波と思われるものの生成はあるが、軟弱地盤等では余りに変形が大きいために、変形係数が異常に低下して塑性状になったり、又、流動化の状況を呈したりすることが多い。このために、土質地盤は不安定な状態になる。地盤の要素が上方に動かされて下方に戻るのには弾性力によるのではなく重力によることになり、弾性波とは異質の波動の生成が予測される。この種の問題については、古く、松沢の論文(1)に記されている。また、含水比が350-400%の粘性土は液状の挙動をすることがあるため、最近では、Mexico地震の際に重力波らしい波動が発生したであろうことが論じられている(2)。実地震におけるこの種の波動の影響については、今後、検討さるべきであると考えられる。著者は模型実験的にその発生について調査したが(3)、本文では、解析的にその大要を述べる。

2. 重力の影響を考慮した波動の解析

弾性波が重力の影響を受ける問題については、A.E.H.Love(4), Ewing et al(5)等が著書の中で述べている。また、Gilbert(6)は数値計算の結果からそれを論じている。ここでは、解析的にその性状について述べる。

剛基層上に弾性層があり、そのPoisson比を0.5とする。下記のように記号を定めると、重力の影響を加味した弾性層の鉛直面内に生ずる波動の特性方程式は(1)式に示す通りとなる。

位相速度: C 、弾性層の層厚: H 、横波速度: V_s 、波長: λ 、重力加速度: g 。

$$4 - \cosh(kH) \cdot \cos(kH(s^2-1)^{1/2}) \cdot \left[2-s^2 + \frac{4}{2-s^2} - \frac{1}{(s^2-1)^{1/2}} \cdot (4-s^2 - \frac{2s^2}{2-s^2}) \cdot \tanh(kH) \cdot \tan(kH(s^2-1)^{1/2}) + \frac{gH}{V_s^2} \cdot \frac{2}{2-s^2} \cdot \left(\frac{\tan(kH(s^2-1)^{1/2})}{kH(s^2-1)^{1/2}} - \frac{\tanh(kH)}{kH} \right) \right] = 0 \quad (1)$$

式中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $s = \frac{C}{V_s}$ である。

(1)式において $gH/V_s^2 = 0$ とおくと重力の影響をうけていない剛基層上の弾性層内に伝播するRayleigh波の特性方程式が得られる。

(1)式において $kH(s^2-1)^{1/2} = m\pi$ ($m=1, 2, \dots$), $gH/V_s^2 \rightarrow \infty$ と考え、 $s = \frac{C}{V_s} \rightarrow \infty$ の場合について推定すると、次に示す式が得られる。

$$\frac{gH}{V_s^2} \cdot \left(\frac{C^2}{gH} - \frac{\tanh(kH)}{kH} \right) = 0 \quad (2)$$

(2)は重力波の波速を与える。

又、 $kH \rightarrow 0$ で $kH(s^2-1)^{1/2} = ((2n+1)/2) \cdot \pi$ ($n=1, 2, \dots$) のとき gH/V_s^2 が無限にならないならば、(1)式が成り立つ。このことは、波長が長いとき、Rayleigh波の性質を示すことを意味する。

次に振動モードについて考察する。水平変位振幅を u 、鉛直変位振幅を w とすると次式を得る。上下方向の座標の原点を弾性層と剛基層の境界におき、上方を正とする。

$$\begin{aligned} u &= i \cdot [-\cosh kz + \cosh(kz(1-s^2)^{1/2})] + \\ &\quad + i \cdot A \cdot [-\sinh kz + (1-s^2)^{1/2} \cdot \sinh(kz(1-s^2)^{1/2})] \\ w &= [-\sinh kz + \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \cdot \sinh(kz(1-s^2)^{1/2})] + \\ &\quad + A \cdot [-\cosh kz + \cosh(kz(1-s^2)^{1/2})] \end{aligned} \quad (3)$$

式中
$$A = \frac{\sinh kH - (2-s^2) \cdot \frac{\sinh(kH(1-s^2)^{1/2})}{(1-s^2)^{1/2}}}{-\cosh kH + (2-s^2) \cdot \cosh(kH(1-s^2)^{1/2})}$$

である。 i は虚数であり、 u と w とは 90° の位相差のあることが分かる。

(1)式において重力波の表われると同じ条件、即ち、 $kH(s^2-1)^{1/2} = m\pi$ ($m=1,2,\dots$), $kH \rightarrow 0$ ($C/Vs \rightarrow \infty$) の場合には、 $|w| \gg |u|$ となり上下動が卓越する。また、長波長のRayleigh波が表われると同じ条件即ち $kH(s^2-1)^{1/2} = (2n+1)/2\pi$ ($n=1,2,\dots$), $kH \rightarrow 0$ ($C/Vs \rightarrow \infty$) の場合には $|u| \gg |w|$ となって水平動が卓越する。実験的に得られる長波長の振動モードはこの性状を示す。

以上より、(1),(3)式にはRayleigh波、重力波の性質を包含されており、簡単な考察で重力の影響を受けた弾性層内に生ずる波動についての大略の性状をつかみ得たことが分かる。

式(1)に示される通り、重力を復元力とする波動の影響については gH/Vs^2 が指標となる。 ρ : 密度、 G : せん断弾性率とすると、次式が成り立つ。

$$gH/Vs^2 = \rho gH/G$$

右辺の分子は地盤の自重により生ずる垂直応力である。Poisson 比や側圧力の考慮をすべきであるが、大略、上式は自重により地盤底部に生ずる歪のオーダーになっている。従って、 $gH/Vs^2 \gg 1$ の場合には、通常では地盤内に大きな歪が発生していることを意味し、地盤は不安定な状態にあるので、この種の波動も出現しやすくなるものと考えられる。

3. 結び

重力の影響を受けた弾性層内に生ずる波動について解析的な検討を行なった。詳細については、発表当日に述べる。

<文献>

1. 松沢 武雄: "On the Possibility of Gravitational Waves in Soil and Allied Problems": 天文地球物理輯報, Vol. 3, 1925, PP161-174
2. C. Lomnitz: "Gravity Waves in Sediment", 第24回工学地震学・地震工学談話会資料、東京工業大学工学地震学・地震工学研究グループ。昭和62年11月28日 pp. 23-34
3. 森地 重暉、田村 浩一: 弾性層内に生ずる重力波についての模型実験的検討、土木学会第20回地震工学研究発表会講演概要 pp. 217-pp220, July, 1989
4. A. E. H. Love: Some problems of Geodynamics, Dover Publications, Inc. 1967
5. W. M. Ewing et al: Elastic Waves in Layered Media, McGraw-Hill Book Company 1957, ISBN 07-019860-8
6. F. Gilbert: "Gravitationally Perturbed Elastic Waves", Bull. of Seis. Soc. of America, Vol. 57 No. 4, August, 1967, pp789-794.