土木学会第45回年次学術講演会（平成２年９月）

Ⅰ-185　トラス構造物の形状最適化における応力近似式について

室蘭工業大学　学生員　大塚敏正
室蘭工業大学　正　員　杉本博之

<u>１．まえがき</u>　近似法を用いる構造最適設計においては、現在の設計点で作成した近似式を最適化の対象とすることから、要する構造解析の回数を極力少なくすることができる。しかし、近似度の悪い近似式を使用すると、計算効率や解の収束に悪影響を与える。そのため、使用する近似式は、問題に適した近似度の高いものが望ましい。これまで、設計変数を部材断面積とした場合の応力近似式については、軸力の部材断面積の逆数に関する近似式が有効であると報告されている[1)2)]が、幾何変数を用いた場合の有効な近似式についての報告は少ない。本報告では、トラス構造物の形状最適設計に適した応力近似式の作成において、最良と考えられる近似の方法や、幾何変数に関する近似変数について説明する。

<u>２．トラス構造物の形状最適設計</u>　トラス構造物の形状最適設計において、原問題は次の様に示される。

目的関数：　$O(\{X\},\{Y\}) = \sum_{i=1}^{n} \ell_i(\{Y\}) \cdot x_i \;\rightarrow\; \min$　(1)

制約条件：

・応　力　$g_{ij}^{s}(\{X\},\{Y\}) = \sigma_{ij}^{*}(\{X\},\{Y\}) - \sigma_{ai}(x_i, \ell_i) \leq 0$　(i=1～n, j=1～NL)　(2)

・変　位　$g_{kj}^{d}(\{X\},\{Y\}) = \delta_{kj}^{*}(\{X\},\{Y\}) - \delta_a \leq 0$　(k=1～ND, j=1～NL)　(3)

・細長比　$g_i^{r}(x_i, \ell_i) = \gamma_i(x_i, \ell_i) - \gamma_a \leq 0$　(i=1～n)　(4)

・上下限　$x_i^{L} \leq x_i \leq x_i^{U}$　　$y_j^{L} \leq y_j \leq y_j^{U}$　(i=1～n, j=1～m)　(5)

設計変数：　$\{X\} = \{x_1\ x_2\ \cdots\ x_n\}$,　$\{Y\} = \{y_1\ y_2\ \cdots\ y_m\}$　(6)

ここで、ℓ_i はｉ部材の部材長、x_i はｉ部材の断面積、ｎは部材数、y_i は幾何的形状に関する設計変数で節点座標である。σ は応力度、σ_a は許容応力度で設計変数の関数である。ＮＬは荷重条件の数、δ は節点変位、δ_a は許容変位量である。ＮＤは制約される変位の数、γ_i はｉ部材の細長比、γ_a は許容細長比量、x_i^{U}、x_i^{L}、y_j^{U}、y_j^{L}は設計変数の上下限値である。また＊は構造解析を要する項であって、近似最適設計ではこの項を何らかの線形近似式に置き換えて、最適化を進めて行く。

<u>３．応力の近似式</u>　応力の近似式を作成するにあたり、応力自身を近似する方法と、軸力を近似して応力を計算する２種類の方法を用いた。以下にその近似式を示す。

<u>○応力の近似による応力近似式</u>

$$\sigma_{ij}(\{X\},\{Y\}) = \sigma_{ij}(\{X^0\},\{Y^0\}) + \sum_{p=1}^{n}\left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \xi_p}\right)^0 (\xi_p - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^{m}\left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \zeta_q}\right)^0 (\zeta_q - \zeta_q^0) \tag{7}$$

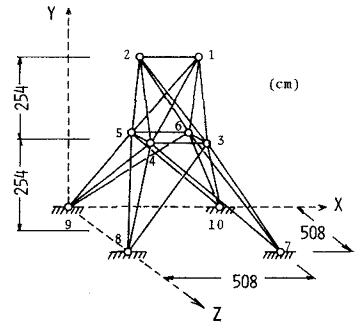
<u>○軸力の近似による応力近似式</u>

$$\sigma_{ij}(\{X\},\{Y\}) = \frac{1}{A_i}\left[F_{ij}(\{X^0\},\{Y^0\}) + \sum_{p=1}^{n}\left(\frac{\partial F_{ij}}{\partial \xi_p}\right)^0 (\xi_p^0 - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^{m}\left(\frac{\partial F_{ij}}{\partial \zeta_q}\right)^0 (\zeta_q - \zeta_q^0)\right] \tag{8}$$

ここで、ξ_p は部材断面積の近似変数、ζ_q は節点座標の近似変数をそれぞれ表わす。また、Ａは部材断面積を、Ｆは軸力を表わしている。

<u>４．幾何変数に関する近似変数</u>　応力の近似式を作成するにあたり、設計変数が部材断面積などの場合は逆変数の利用により近似度の高い近似式が得られることは知られている[2)]。また、混合変数を用いる新双対法では、変数の種類に関係なく、常に安全側の設計に近似するよう近似変数を選択している[3)]。これに対し近似最適設計では、原問題をいかに精度良く近似するかということが根底にあるため、これを満足する様な近似法や、近似変数を求めなければならない。そこで、形状最適化においてはどの様な近似法や近似変数が有効であるかを検討するため、式(7)、(8)を利用して近似変数や近似法の異なった数種の応力近似式を作成し、実際の形状最適設計に応用して、得られた結果から各近似式の優劣を検討した。以下に示す計算例に

おいて、部材断面積に対する近似変数は逆変数としている。表中で示した近似変数は幾何変数に対するものである。また、幾何変数に対するムーブリミットの効果について検討するために、ムーブリミットを80cmとした場合の結果と、ない場合の結果を示した。さらに、比較のためにＧＲＧ法を用いた数理計画法による結果を示す。なお、表中に－で示してあるのは、正常に収束しなかったことを意味する。



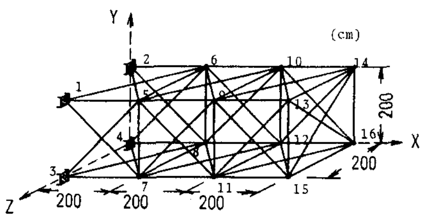
図－１　２５部材トラス

表－１　２５部材トラスの結果

move limit (cm)	手　法	応力近似		軸力近似		GRG
	幾何変数	順変数	逆変数	順変数	逆変数	
８０	総容積　(m^3)	０．２４０	－	０．２４０	０．２４０	
	g_{max}　(%)	0.38(20)	－	0.07(22)	0.14(21)	
	繰返し回数	６	－	６	１２	
	ＣＰＵ時間	２．３０ｓ	－	３．０４ｓ	４．８４ｓ	
設定しない	総容積　(m^3)	０．２４０	０．２５２	０．２４０	０．２４０	０．２７１
	g_{max}　(%)	0.10(20)	-8.75(0)	0.08(20)	0.02(21)	0.15(19)
	繰返し回数	７	１２	６	１２	５２
	ＣＰＵ時間	２．６３ｓ	４．１４ｓ	２．７４ｓ	４．８７ｓ	７．９８ｓ

表－２　５０部材トラスの結果

move limit (cm)	手　法	応力近似		軸力近似		GRG
	幾何変数	順変数	逆変数	順変数	逆変数	
８０	総容積　(m^3)	０．３２７	０．３２９	０．３２７	０．３３０	
	g_{max}　(%)	0.36(34)	0.26(36)	0.34(34)	0.16(34)	
	繰返し回数	６	１６	５	１１	
	ＣＰＵ時間	３．４０ｓ	１２．６ｓ	２．４５ｓ	１２．５ｓ	
設定しない	総容積　(m^3)	０．３２７	－	０．３２７	－	０．３２７
	g_{max}　(%)	0.36(34)	－	0.34(34)	－	0.01(36)
	繰返し回数	６	－	５	－	２９
	ＣＰＵ時間	３．４５ｓ	－	２．５０ｓ	－	５．７２ｓ



図－２　５０部材トラス

これらの結果より、近似変数および応力の近似法について比較検討する。まず近似変数について比較すると、逆変数を用いた場合、正常に収束しないケースが見られ、正常に収束しても順変数の場合に比べ、繰返し回数が約２倍に、また収束に要したＣＰＵ時間が25部材トラスで1.6 倍程度、50部材トラスで4 ～5 倍程度に増えている。よって、応力近似式に利用する近似変数としては、順変数が有効であると考えられる。次に応力近似と軸力近似について順変数を用いた場合で比較すると、繰返し回数では軸力近似の方が少ないケースが多い。しかし収束に要したＣＰＵ時間からは、近似法の優劣はつけがたい。よって、近似法による顕著な差はないが、繰返し回数で判断した場合、軸力を近似する近似法が若干優れていると考えられる。また順変数を用いた近似最適設計法とＧＲＧ法では、前者の方がかなり効率よく最適解が得られている。さらに幾何変数に対してムーブリミットを設定することで、若干計算効率の向上が見られた。

５．まとめ　トラス構造物の形状最適化問題に適した応力近似式の作成にあたり、原問題を精度良く近似するための近似法および近似変数について、数値計算結果より比較検討した。その結果、節点座標は順変数とし、それに関して応力または軸力を近似した応力近似式が形状最適化問題に有効であり、この応力近似式を利用した近似形状最適設計法は、優れていること等が得られた。さらに、この応力近似式を形状最適設計に用いる際のムーブリミットの設定は、計算効率の向上に効果があることが分かった。

６．参考文献
１）杉本博之・山村和人：骨組構造物の最適設計における応力近似モデルについて、構造工学論文集、Vol.35A、1989.　２）杉本博之：制約条件の部分近似によるトラス構造物の最適設計に関する研究、構造工学論文集、Vol.36A、1990.　３）浅井一浩・大久保禎二：混合変数を用いた双対法によるトラス構造物の総合的な最適設計法：土木学会第４４回年次学術講演会講演概要集（Ｉ）、1989.