

I-184 近似の概念を用いるトラス構造物の離散最適設計について

室蘭工業大学 正員 杉本博之

1. まえがき 骨組構造物の部材は、集成断面か既製形鋼が用いられる。前者の場合は、部材断面積を連続変数とする最適設計法で設計が得られる。一方、後者の場合は、変数が離散量となることによる多くの問題が生ずるため、実用的な最適設計法に関する研究は少なかった¹⁾。

変数が離散量であり、その離散の程度が大きく、かつ各離散量に対応する諸値（断面2次モーメント、許容応力度等）の大小の関係が逆転するような最適化問題において、その信頼性の高い解は、明らかに捨てるべき組合せを除いた残りの全部の組合せを解析し比較検討しなければ得られない。しかし、それでは、例えば6変数の問題で、各変数毎に10個の量を検討すべき問題の場合は、100万回の構造解析を行わなければならないとなり実用的でない。

そこで本研究では、この問題に近似の概念を応用し、効率的な最適設計法の確立を試みた。また、数値計算の過程で、離散最適化問題に伴う2、3の問題点も明らかになったので、ともに報告するものである。

2. 離散最適化問題 本論文のトラス構造物の離散最適化問題は、次のように定義される。

$$\text{○目的関数: } 0(\{I\}) = \sum_{i=1}^n \ell_i \cdot A(I_i) \longrightarrow \min \quad (1)$$

$$\text{○制約条件: } g_j = g_j(\{I\}) \leq 0 \quad (j=1 \sim m) \quad (2)$$

$$\text{○設計変数: } \{X\} = \{I_1, I_2, \dots, I_n\} \quad (3)$$

ここで、0は目的関数であり、骨組構造物の全容積である。 ℓ_i は設計変数*i*にリンクされている部材の部材長の総和、*n*は設計変数の数である。 g_j は制約条件、*m*は制約条件の数である。 I_i は設計変数*i*の値であり、表-1に示す断面番号（ランク）の値である。 $A(k)$ はランク*k*の断面積であり、本研究で対象としたのは、H形鋼はJIS G 3192、鋼管はJIS G 3444より表-1に示す値である。

表-1 使用断面

断面 番号	断面積 (cm ²)	
	H形鋼	鋼管
1	21.90	22.72
2	30.31	29.94
3	40.14	38.36
4	51.21	54.08
5	63.53	67.55
6	71.53	70.21
7	92.18	80.42
8	104.70	90.64
9	107.70	100.90
10	119.80	133.60
11	134.80	138.80
12	146.00	148.80
13	173.90	163.90
14	178.50	167.10
15	186.80	179.10
16	218.70	195.40
17	250.70	209.40
18	295.40	217.90
19	360.70	221.70
20	528.60	238.00
21	770.10	259.40
22		278.70
23		301.70
24		319.20
25		343.80
26		349.40
27		400.50
28		451.60
29		502.70

3. 近似の概念を用いる離散最適設計法 設計変数が連続量である構造最適設計においては、その計算時間の大部分は構造解析に占められるので、近似の概念を用いて厳密な構造解析の回数を減らすことを試みるが、設計変数が離散量となっても、基本的な考え方は同じである。

本研究の離散最適設計法においては、次の3つの部分に近似の概念が用いられる。なお、軸力の近似式および変位の近似式は、ともに部材断面積の逆数（逆変数） ξ に関する線形近似式を用いている。

1) ある設計変数*i*において、現在の設計 I_i から前後に考慮すべきランクの上下限值 I_i^u 、 I_i^l の計算に用いる。例えば応力のみの制約条件の場合、 I_i^u 、 I_i^l は、軸力の近似式を利用した次式より計算される軸力の最大値 $F_i^{\max}$ 、および最小値 $F_i^{\min}$ より求める。

$$F_i^{\max} = F_i^0 + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial \xi_p} \right\}^0 \{ \xi(I_p + \Delta I) - \xi(I_p) \} + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial \xi_p} \right\}^0 \{ \xi(I_p - \Delta I) - \xi(I_p) \} \quad (4)$$

$$F_i^{\min} = F_i^0 + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial \xi_p} \right\}^0 \{ \xi(I_p - \Delta I) - \xi(I_p) \} + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial \xi_p} \right\}^0 \{ \xi(I_p + \Delta I) - \xi(I_p) \} \quad (5)$$

ここで、 Σ の下の一(+)は、微係数の値がマイナス(プラス)のみの項の和を意味する。 ΔI は、ランクの変更量である。この手続きにより、構造特性を考慮してランクの上下限值を設定できることになる。

2) 本研究の離散最適設計法は、繰返し計算になる。各イテレーションで考慮すべき組合せは、上の1)で

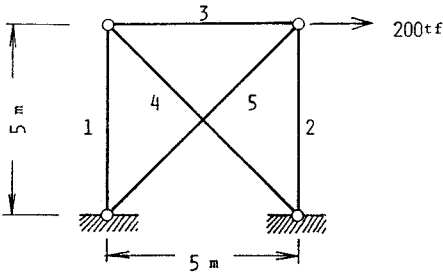


図-1 5部材トラス

表-2 5部材トラスの結果

設計変数	1	2	3	4	5	目的関数 (cm ³)
部 材	1	2	3	4	5	
初期値	8	8	8	8	8	—
全応力設計	4	10	4	12	7	279529
イテレーション	1	3	10	3	10	258785
	2	2	11	2	9	258577
	3	1	11	1	7	239192
	4	1	11	1	7	239192
感度解析	4回	構造解析	8回	近似解析	1170回	

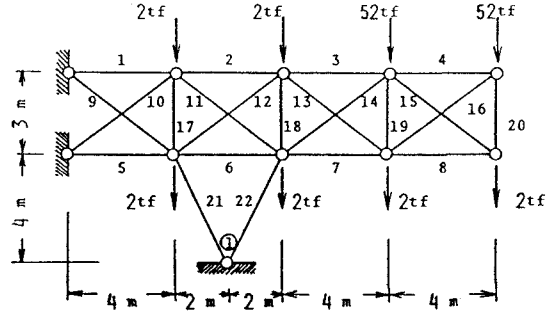


図-2 22部材トラス

表-3 22部材トラスの結果

設計変数	1	2	3	4	5	6	7	8	目的関数 (cm ³)
部 材	1, 4	2, 3	5, 8	6, 7	9 ~ 16	17 ~ 20	21	22	
初期値	8	8	8	8	8	8	8	8	—
全応力設計	1	7	4	10	8	6	1	13	820272
イテレーション	1	4	7	4	11	7	6	1	793163
	2	4	7	4	11	7	6	1	793163
感度解析	2回	構造解析	13回	近似構造解析	8941回				

求まるすべての組合せの内、目的関数の値が下記の条件を満足するもののみである。

$$0^1 \leq 0(\{I\}) < 0(\{I\}^0) \quad (6)$$

ここで、 $\{I\}^0$ は現在の設計である。また、 0^1 は、 $\{I\}^0$ において作成された近似最適化問題（連続変数）の最適解の目的関数の値である。

3) 以上の1)、2)の手続きで選別された組合せについてのみ、目的関数の値の少ない順に構造解析を行なうが、それでもかなりの回数の構造解析が必要になる。そこで、構造解析は2段階とし、先ず近似構造解析を行ない、その結果が緩和した制約条件を満足する組合せについてのみ厳密な構造解析を行なった。

4. 計算例(1) —複数の全応力設計が存在する場合— 図-1に示す5部材トラスに、本研究の方法を応用した。鋼材はSM50でありH形鋼を使用した。初期値、その初期値より得られた全応力設計、および各イテレーションの結果を表-2に示した。最終的な結果(239192cm³)は、全応力設計(279529cm³)に比べて14%減少した。この例で注目されるのは、最初の全応力設計はもとより、最終的な最適解および途中の解もすべて全応力設計になっていることである。複数の全応力設計の存在は、連続変数の場合には見られないことであり、変数が離散量である構造設計の1つの特徴と考えられる。

表の最下欄には、感度解析、厳密な構造解析、および近似構造解析の回数を示してある。

5. 計算例(2) —全応力設計が最適解とならない場合— 図-2に示す22部材トラスの離散最適設計の結果を表-3に示した。条件等は、上の例と同じである。全応力設計からの目的関数の値の減少量は少ないが、この問題で注目されるのは、最適解において、設計変数1と4のランクが、作用軸力を満足する最小のランクより1つ多い点である。また、構造解析も問題の規模の割にはかなり少ない回数で収束した。

6. あとがき JISに定める既製のH形鋼あるいは鋼管を用いるトラス構造物の実用的な離散最適設計法について説明した。基本的には、考えられるすべての組合せを解析し比較検討する方法であるが、近似の概念を応用することにより、検討すべき組合せの数をかなり減少させることができた。手法および計算例の詳細は、紙面の都合で省略したが、当日発表する予定である。

参考文献 1) 菊田征勇、他3名：離散変数と構造物の最適設計、国土館大学工学部紀要、第20号、1987。