土木学会第45回年次学術講演会（平成２年９月）

I-179　２次元連続体の形状最適化のための要素面積配分法

八戸工業大学　正会員　長谷川　明

１．はじめに

構造解析に有限要素法を使う２次元連続体の形状最適化では，その最適化過程において，外形の改善に伴う要素分割の乱れから形状最適化の改善が停滞したり，有限要素解析自身が不都合になる場合があるため，このような不都合を改善するための要素再分割手法が開発されている[1)]．この方法の中には，円滑な形状最適化を進めるため，２次元連続体の内部の移動可能な節点座標を設計変数とし，要素面積を均一化するような節点座標位置を逐次線形計画法によって求める方法が示されている．そこで，この方法を応力が均一化するように要素面積を配分する形状最適化手法に応用した．本文ではこの方法を要素面積配分法と呼び，同様な目的の形状改善を行うパターン変換法と比較考察する．

２．要素面積配分法

均一な相当応力を与える２次元連続体の板厚分布を求める方法として，試行回数k回目で得られた相当応力$\bar{\sigma}_j^{(k)}$を，基準相当応力$\bar{\sigma}_0$に近づけるため，k回目の板厚$t_j^{(k)}$を，改善の度合を決めるパラメータmにより

$$t_j^{(k+1)} = \left(\frac{\bar{\sigma}_j^{(k)}}{\bar{\sigma}_0}\right)^m t_j^{(k)} \tag{1}$$

と改善する方法がある．形状最適化の場合には，板厚ではなく要素面積を変更することにより形状改訂ができるので，上式の板厚を要素面積$A_j^{(k)}$に入れ換えて，

$$A_j^{(k+1)} = \left(\frac{\bar{\sigma}_j^{(k)}}{\bar{\sigma}_0}\right)^m A_j^{(k)} \tag{2}$$

と，改善すれば良いことになる．

さて，(1)式の場合の要素板厚の変更は，他の要素に構造解析や最適化の上での影響を与えないこと，要素板厚自身が設計変数であることから，このまま改善することを繰り返すことが可能であるが，要素面積の変更の(2)式の場合は，１）要素面積の変更と具体的な設計変数である境界節点座標の関係をどう定めるか，２）形状改訂した場合の周辺要素形状への影響をどのように配慮するかの問題がある．本文では１）の問題を次のようにすることで，対応させた．すなわち，(2)式で与えられる要素面積$A_j^{(k+1)}$を各要素に期待される要素面積A_{j0}とし，この面積からの差が全領域で少ないことを目的とし，しかも各要素面積が(2)式で与えられる要素面積から離れていないことを制約とする最適化問題ととらえ，次のように目的関数と制約条件式をおくこととした．

$$Z = \sum_{j=1}^{ne}(A_j - A_{j0})^2 \tag{3}$$

$$(1-\varepsilon)A_{j0} \leq A_j \leq (1+\varepsilon)A_{j0} \tag{4}$$

ここで，A_j，neはそれぞれ，要素jの新しい面積，要素総数である．また，εは$0<\varepsilon<1$の定数である．設計変数は，境界上および領域内の移動可能節点座標x_iであって，三角形要素の場合，要素jを構成する節点番号をk,l,mとすると要素面積A_jは

$$A_j = (x_l y_m - x_m y_l + x_m y_k - x_k y_m + x_k y_l - x_l y_k)/2 \tag{5}$$

と表されている．したがって，(3)式の目的関数と(4)式の制約条件式は設計変数である節点座標で表現されており，この最適化問題を逐次線形計画法により求めることとした．

３．計算例：パターン変換法との比較

図－１に要素面積配分法による相当応力の均一化形状を求める最適化問題への適用例を示す．上段は要素面積配分法による形状最適化であり，下段は要素面積を要素の相似形で改善することによって要素応力を均一化させるパターン変換法[2)]による形状最適化である．いずれも，von Mises の相当応力を使っており，移動可能な節点座標は荷重を受けない節点の鉛直座標としている．また，要素面積配分法では，(2) 式で使われている最適化のためのパラメータ m は大きい値をとると急激な形状変化となって，逐次線形計画法の解が求められないため 0.1 とした．この図によれば両方法によって先端が細くなる形状に最適化されているが，要素面積配分法では円滑な形状最適化が見られるのに対し，パターン変換法では先端が思うように細くならず最適化が停滞している．

図－２はそれぞれの手法の最適化過程における相当応力の平均値と構造全体の面積の変化を示したものである．実線で示される要素面積配分法に比べパターン変換法は滑らかな曲線をなし，スムーズな最適化が行われているようであるが，期待される相当応力にあまり改善されない．これに対し，要素面積配分法では，若干最適化に凹凸が見られるが，目的である応力均一化の作業は進行している．

このような要素面積配分法とパターン変換法との相違は，形状最適化のための改良する節点座標が，パターン変換法では要素を構成している節点の座標に限られいるのに対し，要素面積配分法では，単に要素を構成する節点だけではなく全移動座標を使って，面積配分が最もこの期待される面積配分に近づくように最適化計算がなされていることによる．

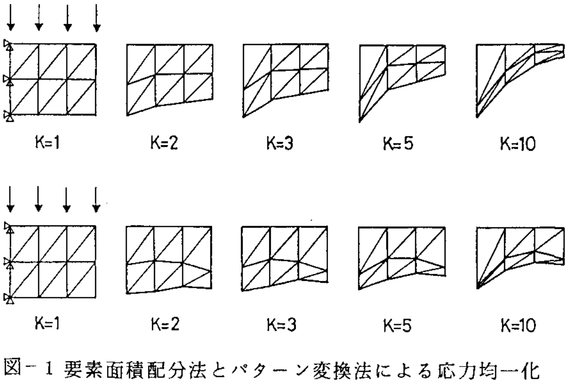
４．おわりに

本文は，要素面積を均一化させる再分割手法を，要素応力が均一化する形状最適化に利用した要素面積配分法を示し，同様な目的のために開発されているパターン変換法と比較したものである．このような形状最適化では，節点座標の移動による応力の変化率のような影響係数を計算する必要があるが，ここで示した両方法は計算時間を要するこれらの係数を求めず，簡便な形状最適化手法と言える．両者を比較すると，要素面積配分法の方が，節点座標の改善過程で全要素の応力を配慮している点で優れていると考えられる．しかし，実際の計算では移動させる節点座標の選択によって要素配分ができない場合もあるため，今後の改善を必要とする．

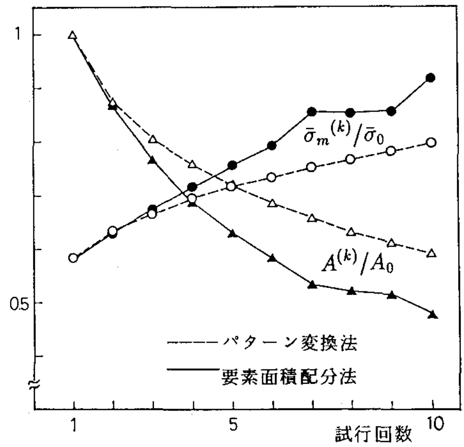
参考文献

1) 長谷川明：2次元連続体の形状最適化のための要素面積均一化再分割，構造工学論文集 vol. 34A

2) 尾田十八：有限要素法による強度的最適形状の決定法，日本機械学会誌第 79 巻第 691 号



図－１ 要素面積配分法とパターン変換法による応力均一化形状と要素分割の変化
上段は要素面積配分法，下段はパターン変換法
k は試行回数



図－２ 要素面積配分法とパターン変換法による応力均一化平均相当応力と全面積の変化

$\bar{\sigma}_m^{(k)}$ ：k 回目の平均相当応力　　$A^{(k)}$ ：k 回目の全面積

$\bar{\sigma}_0$ ：相当応力の基準値　　A_0 ：全面積の初期値