

I-115 多層板の振動・座屈解析

北海道大学 学生員 朴 勝振

北海道大学 正 員 三上 隆

北海道大学 正 員 芳村 仁

1. はじめに

複合材料は金属材料と比較して、比剛性、比強度が大きくことから、構造軽量化が重要である航空・宇宙・海洋など広い分野で、採用されてきている。特に近年には、主要構造部材への応用が進につれて、座屈・振動などの力学的特性を明らかにすることが重要な課題となっている。そこで、本研究は、相対する2辺が単純支持、他の2辺が任意のアングル・プライ積層板の座屈・振動問題を取り上げ、配向角、積層数などの座屈・振動特性に与える影響を明らかにする。なお積層板の理論には、Yang, Norris, StavskyのYNS理論¹⁾(一次せん断変形理論)を採用する。なお、解析手法には選点法²⁾を用いた。

2. 基礎方程式

平板の厚さは一様とし h で表す。板厚中央面に座標 (x, y) 、それらに垂直な座標 z を定める。板の材料は均質な直交異方性弾性材料とする。主軸3は z 軸に平行で、主軸1と2はそれぞれ x と y に対し傾き角度 θ (プライ配向角)だけ傾いているものとする。材料主軸(1,2)方向の弾性係数 E_1, E_2 、ポアソン比 ν_{12} 、

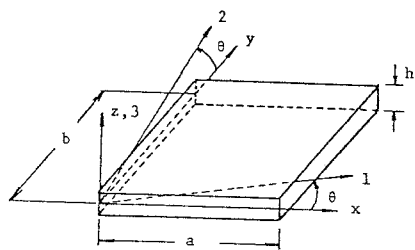


図-1 座標軸と材料主軸の関係

ν_{21} およびせん断弾性係数 G_{12}, G_{13}, G_{23} で与えられるものとする。座標軸と座標主軸の関係を図-1に示す。YNS理論¹⁾によれば、積層板の基礎方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{y,y} - h\sigma_x^0 u_{xx} - Pu_{t,t} - R\phi_{x,t,t} &= 0 \\ N_{y,y} + N_{x,x} - h\sigma_y^0 v_{xx} - Pv_{t,t} - R\phi_{y,t,t} &= 0 \\ Q_{x,x} + Q_{y,y} - h\sigma_z^0 w_{xx} - Pw_{t,t} &= 0 \\ M_{x,x} + M_{y,y} - Q_x - (h^3/12)\sigma_x^0 \phi_{x,xx} - I\phi_{x,t,t} - Ru_{t,t} &= 0 \\ M_{y,y} + M_{x,x} - Q_y - (h^3/12)\sigma_y^0 \phi_{y,xx} - I\phi_{y,t,t} - Rv_{t,t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、コンマ(,)に続く添字は偏微分を表し、 σ_x^0 =初期応力、 $(u, v, w)=(x, y, z)$ 方向の変位成分、 $(\phi_x, \phi_y)=(x-z, y-z)$ 平面の回転角成分)、 $(N_x, N_y, N_{xy}, Q_x, Q_y)=(N_x, N_y, N_{xy}, Q_x, Q_y)=$ 合応力、 $(M_x, M_y, M_{xy})=$ 合モーメントであり、 P, R と I は次式で表される。

$$(P, R, I) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) \rho^{(n)} dz \quad (2)$$

ここで、 $\rho^{(n)}$ は n 番目の単層板の密度である。

3. 解析手法

$x=0$ と $x=a$ で単純支持の条件を満足するLevy型の変位関数を仮定し、 y 座標のみに関する常微分方程式を導く。次に、これに選点法を用いて離散化し、一般的固有値問題へ帰着させる。

4. 数値計算例

数値計算に用いた複合材は、graphite/epoxyの一向強化材で、特に断わりのない限り次のような材料特性を有している。

$$E_1/E_2=40, G_{12}/E_2=G_{13}/E_2=0.6, G_{23}/E_2=0.5, \nu_{12}=0.25$$

なお、選点法は $M=11$ とし、せん断補正係数には $K_{44}=K_{55}=5/6$ を用いた。

表-1は、四辺単純支持された4層正方形板($45^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ$ 、 $a/h=10.0$)の固有振動数をBertらの厳密解³⁾($\Omega^2=\rho\omega^2a^4/E_2h^2$)と比較したものである。なお、()内に記した数値は厳密解である。表-2は、層数 N が2および6の4辺単純支持された矩形板($45^\circ/-45^\circ/45^\circ/\dots$ 、 $E_1/E_2=40$ 、 $G_{12}=G_{13}=0.5E_2$ 、 $G_{23}=0.6E_2$ 、 $\nu_{12}=0.25$ 、 $b/h=10$)の座屈荷重($\lambda=h\sigma_x b^2/\pi^2 D_{22}$)を文献4)の結果と比較したものである。表-1、2より理解できるように、本解析法は良好な結果を与えている。

図-2および図-3はそれぞれ、基本固有振動数($\Omega^2=\rho\omega^2a^4/E_2h^2$)および座屈応力($\lambda=\sigma_x a^2/E_2h^2$)に及ぼす層数 N 、ブライ配向角 θ の影響をみたものである。考慮した境界条件は2辺単純支持、2辺固定(S-C-S-C)である。これによれば座屈・振動特性に与える N 、 θ の影響は大きく、例えば、振動問題では、 $N=2$ の結果を除けば θ の増加($\theta \leq 45^\circ$ まで)と共に Ω が増加し、逆に $N=2$ では減少している。

5. まとめ

本研究は次のように要約される。

- ① 厳密解の得られている全辺単純支持の結果より判断すれば本解析値は良好な精度を有している。
- ② 振動・座屈特性に与える層数、ブライ配向角の影響は大きい。

参考文献

- 1) Yang, P.C., Norris, C.H., and Stavsky, Y.: Int. J. Solids and Struct., Vol. 2, pp. 665-684, 1965
- 2) Mikami, T. and Yoshimura, V.: Comput. Struct., Vol. 18, pp. 425-431, 1984
- 3) Bert, C.W and Chen, T.L.C: Int. J. Solids and Struct., Vol. 14, pp. 465-473, 1978.
- 4) Putcha, N.S., and Reddy, J.N.: J. Sound Vib., Vol. 104, pp. 285-300, 1986.

表-1、固有振動数 Ω の比較(四辺単純支持)

m	n(y方向の半波数)			
	1	2	3	4
1	18.46 (18.46)	34.87 (34.87)	54.27 (54.27)	75.58 (75.58)
2	34.87 (34.87)	50.52 (50.52)	67.17 (67.17)	85.27 (85.27)
3	54.27 (54.27)	67.17 (67.17)	82.84 (82.84)	99.02 (99.02)
4	75.58 (75.58)	85.27 (85.27)	99.02 (99.02)	114.45 (114.45)

表-2、座屈荷重の比較(四辺単純支持)

a/b	N = 2		N = 6	
	本計算値	文献4)	本計算値	文献4)
0.5	2.1056	2.1056	3.6236	3.6235
1.0	1.9595	1.9594	3.6236	3.6235
1.5	1.9236	1.9235	3.6236	3.6235
2.0	1.9483	1.9483	3.6236	3.6235
3.0	1.9235	1.9235	3.6236	3.6235

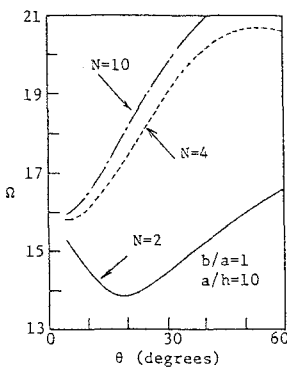


図-2 振動数に与える層数、配向角の影響

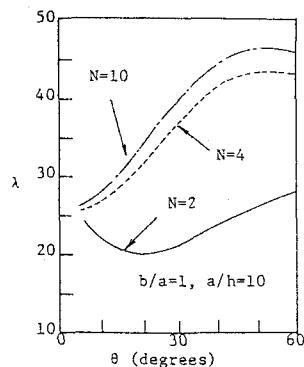


図-3 座屈応力に与える層数、配向角の影響