

I-114

曲げを受ける大形任意四辺形板要素の剛性マトリックスの作成

大阪工業大学

正 員 岡村 宏一

大阪工業大学 大学院

学生員○河田 真一 赤松 邦康

東洋技研コンサルタント(株)

正 員 石川 一美

1. まえがき: これまでに、任意の支持条件を持つような多格間平板構造の全体系と局所系を同時に解析する場合の離散化の手段として、例えば1径間にわたるような大形の平板要素の剛性マトリックスを作成し、その接続に際してリラクセーション法に属する1種の分配法を併用する方法を提案した。あわせて、長方形平板要素、扇形平板要素の二方向の剛性マトリックスを作成し、多格間平板構造の解析を行い良好な結果を得た。^{1) 2) 3)} また、この方法を多格間斜板構造の解析に拡張していく目的で、曲げを受ける二方向の大形の斜板要素の剛性マトリックスを作成し、その精度についての検討を行い良好な結果を得た。⁴⁾ 今回は、この大形斜板要素を拡張した、曲げをうける任意四辺形板要素の剛性マトリックスを作成し、基本的な精度について検討を行ったので、その結果について報告する。

2. 剛性マトリックスの作成: 本解析では、式(1)に示される等方性矩形板の基礎方程式の解を級数解法によって与え、その解を基本解として任意四辺形板要素の剛性マトリックスを作成した。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \quad (1) \quad \text{ここで、} w \text{ はたわみ。}$$

まず、図-1に示すように、相対2辺単純支持の一方無限板を集中力(P, M)が作用する節線上で2分割し、それぞれのパネルにおける、曲げの基礎方程式の解を外力のつり合い条件と変位の連続条件を満足するように、級数解法によって与える。ここで、図-2に示すような任意方向に分布幅(d)を持った荷重を受ける場合の解は、図-1に示す集中荷重(P)が作用する解を、直角座標(x, y)における ξ , η に極をもった極座標(r, θ)に変換して、分布幅で積分することによって求める。また、線モーメント(m)を受ける場合は座標変換した線荷重の解に偶力の微分操作を加えて任意方向に作用する線モーメントの解として与えている。

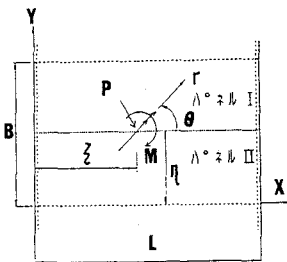


図-1

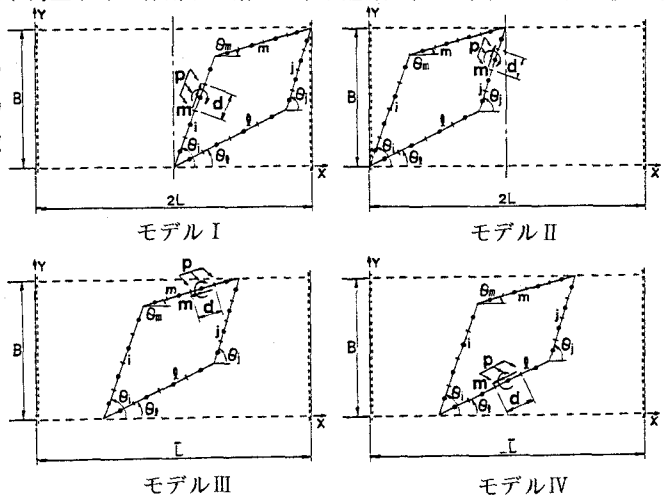


図-2

- 1) 岡村, 石川, 古市: 多格間平板構造の立体解析におけるリラクセーション法の応用, 年次大会, 1986.
- 2) 岡村, 石川, 公文: 曲げを受ける大形扇形板要素の剛性マトリックスの作成, 年次大会, 1987.
- 3) 岡村, 石川, 藤井: 面内力を受ける直方異方性大形扇形平板要素の剛性マトリックスの作成, 年次大会, 1988.
- 4) 岡村, 石川, 赤松: 曲げを受ける大形斜板要素の剛性マトリックスの作成, 年次大会, 1989.

次に、図-3に示す4辺(i, j, l, m)の任意の材端力 (任意方向の断面に対する曲げモーメント M_{ni} , M_{nj} , M_{nl} , M_{nm} 、換算せん断力 V_{ni} , V_{nj} , V_{nl} , V_{nm}) と隅角点を含む任意の材端変位 (たわみ、任意方向の断面におけるたわみ角 θ_{ni} , θ_{nj} , θ_{nl} , θ_{nm}) を結ぶ剛性マトリックスを次の方法によって求める。すなわち剛性マトリックスは図-2に示すような辺長(B, 2L)の矩形板内に設けた節線(i, j)に線荷重(p)と線モーメント(m)を作用させたモデルⅠ, Ⅱ、さらに、辺長(B, L)の矩形板内に設けた節線(l, m)に線荷重(p)と線モーメント(m)を作用させたモデルⅢ, Ⅳを重ね合わせ、選点法によって作成される。ここで、任意方向の断面に対する節線上の選点の材端力、材端変位は、次式で与えられる。

$$M_n = M_x \cdot \sin^2 \theta + M_y \cdot \cos^2 \theta - 2 M_{xy} \cdot \sin \theta \cos \theta$$

$$V_n = V_x \cdot \sin \theta - V_y \cdot \cos \theta$$

$$+ \{ (1 - \nu) (Q_x \cdot \cos \theta - Q_y \cdot \sin \theta) \}$$

$$+ 4 \left\{ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \cos \theta \right\} \sin \theta \cos \theta$$

$$\bar{\theta}_n = \bar{\theta}_x \cdot \sin \theta + \bar{\theta}_y \cdot \cos \theta \quad (2)$$

ここに、 M_x, M_y はx, y方向の曲げモーメント、 Q_x, Q_y はせん断力、 V_x, V_y は換算せん断力、 M_{xy} はねじりモーメント、 $\bar{\theta}_x, \bar{\theta}_y$ はたわみ角、 θ は各節線(i, j, l, m)のX軸となす角。また、4辺の隅角点に作用する定着力(R)は次式で与えられる。

$$R = M_{nt} + M_{nt}' \quad , \quad M_{nt} = M_{xy} (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + (M_x - M_y) \sin \theta \cos \theta \quad (3)$$

したがって、図-3のように材端力の分布は節線上で分割された小区間の選点における平均量の重ね合わせによって近似され、それぞれの選点の材端変位と関係づけられる。

3. 計算例：ここでは、任意四辺形要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図-4の解析モデルは、4枚の任意四辺形板要素(①②③④)を直接剛性法を用いて接続した矩形板に全面等分布荷重(q)を満載させたもので、節線上の小区間の分割は等5分割とした。表-1に、A-A断面、B-B断面における各選点の変位と曲げモーメントの値を示し、モデルを単一板として計算した級数解と比較している。計算結果より、級数解との差異は、単精度で3%以内に留まっている。

表-1 (a) A-A断面

点	たわみ(w) $ql^4/D \times (10^{-2})$		モーメント(Mn) $ql^2 \times (10^{-1})$	
	本解析値	厳密解	本解析値	厳密解
1	1.2759	1.2703	1.0309	1.0233
2	1.2830	1.2808	1.0773	1.0718
3	1.2930	1.2928	1.0862	1.0840
4	1.3041	1.3029	1.1085	1.1028
5	1.3122	1.3086	1.1194	1.1125
6	1.3122	1.3086	1.1194	1.1125
7	1.3041	1.3029	1.1085	1.1028
8	1.2930	1.2928	1.0862	1.0840
9	1.2830	1.2808	1.0773	1.0718
10	1.2759	1.2703	1.0309	1.0233

表-1 (b) B-B断面

点	たわみ(w) $ql^4/D \times (10^{-2})$		モーメント(Mn) $ql^2 \times (10^{-1})$	
	本解析値	厳密解	本解析値	厳密解
1	0.2144	0.2090	0.0822	0.0751
2	0.6049	0.6032	0.2045	0.1991
3	0.9339	0.9336	0.2904	0.2899
4	1.1715	1.1704	0.3550	0.3494
5	1.2971	1.2937	0.3833	0.3788
6	1.2971	1.2937	0.3833	0.3788
7	1.1715	1.1704	0.3550	0.3494
8	0.9339	0.9336	0.2904	0.2899
9	0.6049	0.6032	0.2045	0.1991
10	0.2144	0.2090	0.0822	0.0751

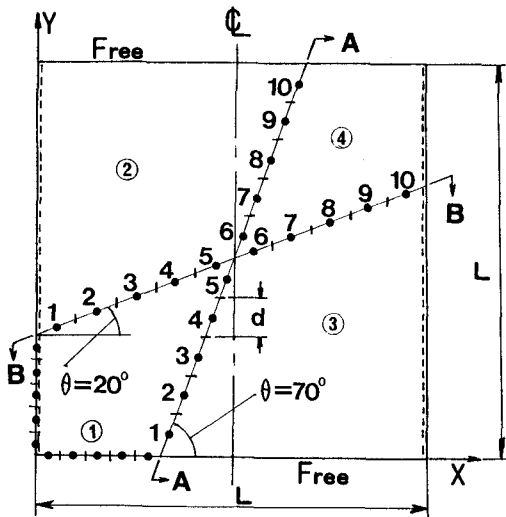


図-4