

I-104 矩形柱に作用した集中荷重により発生したクラック

名古屋工業大学 ○吉川 和夫 中部電力（株） 上田 稔
 名古屋工業大学 長谷部宣男 名古屋工業大学 中村卓次

1) まえがき 弾性体と接合する矩形の剛体に集中荷重が作用し、剛体が弾性体から剥離し、矩形の剛体の隅角部から弾性体中にクラックが、発生した場合（fig. 1 (a)）の応力解析を、平面弾性混合境界値問題として行った結果を報告する。クラック先端の応力拡大係数については、矩形の形状とクラック長さを変えて考察を行う。

2) 複素応力関数と応力拡大係数 解法は、物理面の弾性領域（fig. 1 (a)）を単位円外（fig. 1 (b)）に写像する分数式の和の形の有理写像関数 $\omega(\zeta)$ と、複素応力関数 $\phi(\zeta)$ 、 $\phi(\zeta)$ を用いる方法で行った。境界条件は、弾性体と矩形の剛体が接合している境界を変位のない剛境界（M）、弾性体から剛体が剥離した境界およびクラックを自由境界（L）とした。集中荷重が作用する場合の剛境界と自由境界の混合境界値問題に対する複素応力関数の一般解は、既に文献[1]で報告した。

クラック先端での応力拡大係数は、 $\omega(\zeta)$ 、 $\phi(\zeta)$ を用いて次式で表される。

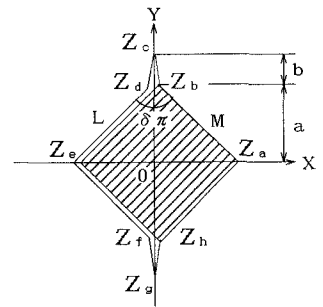
$$K_I - iK_{II} = 2\sqrt{\pi} e^{-\frac{i\gamma}{2}} \frac{\phi'(\sigma_t)}{\sqrt{\omega''(\sigma_t)}}$$

ここに、 K_I 、 K_{II} は、それぞれモードI、IIに対する応力拡大係数、 σ_t は、クラック先端に対応する単位円上の点、 γ は、X軸とクラックのなす角である。ここでは、上式に対し、次式で無次元化した応力拡大係数を用いた。

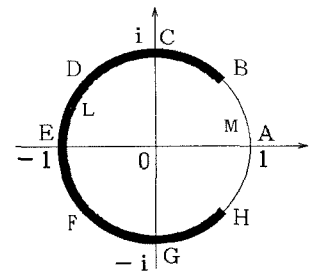
$$F_I + iF_{II} = \frac{K_I + iK_{II}}{P\sqrt{\pi}} \sqrt{a}$$

3) 解析結果 $\delta\pi = 90^\circ$ 、 $\kappa = 2$ （ポアソン比が平面応力状態で $1/3$ 、平面歪状態で $1/4$ ）に対し、X軸方向に集中荷重が作用し、剛体が弾性体から剥離した場合（ $b/a = 0$ 、即ち、弾性体中にクラックが発生する前）と、この場合から、弾性体中にX軸対称に、Y軸上に $b/a = 0$ 、5のクラックが発生した場合の応力分布をfig. 2, 3, 4に示した。境界線上には、法線方向応力 σ_r 、接線方向応力 σ_θ 、接線方向剪断力 $\sigma_{r\theta}$ を、X、Y軸上には、 σ_x 、 σ_y 、 σ_{xy} を示した。形状の大きさについては、長さ a で、応力の大きさは集中荷重 P で基準化して表示した。応力分布は、X軸に対して対称となるため、下半分は、省略した。クラック発生前には、矩形の剛体の隅角部近傍に、クラック発生後は、クラック先端で急激な応力集中がみられる。

fig. 5に無次元化した応力拡大係数 F_I 、 F_{II} とクラック長さを示す値 b/a （ $0 \leq b/a \leq 1$ に対して）あるいは a/b （ $1 \geq a/b \geq 0$ ）との関係を $\delta\pi = 45^\circ$ 、 90° 、 135° の場合について示した。 F_I は、クラック発生直後が、最も大きく、クラック発生直後はわずかなクラックの進展で急激に小さくなる。 F_{II} はその後もクラックの進展と共に減少し続け、クラック長さが、無限大に近づくとき0に収束する。これは、集中



(a) Z-plane



(b) ζ -plane

fig.1 物理面と単位円

荷重 P の影響がクラックの進展と共に弱まるためと考えられる。 F_I はクラックの進展に対して単調に減少していることから、クラックの進展は、あるクラック長さで停止するものと考えられる。 F_{II} についてもその絶対値はクラック発生直後が、最も大きく、クラック長さが、無限大に近づくとき 0 に収束する。

【参考文献】〔1〕吉川、上田、長谷部、中村：集中荷重を受ける矩形柱周辺に発生した剥離、土木学会中部支部研究発表会講演概要集（1990）

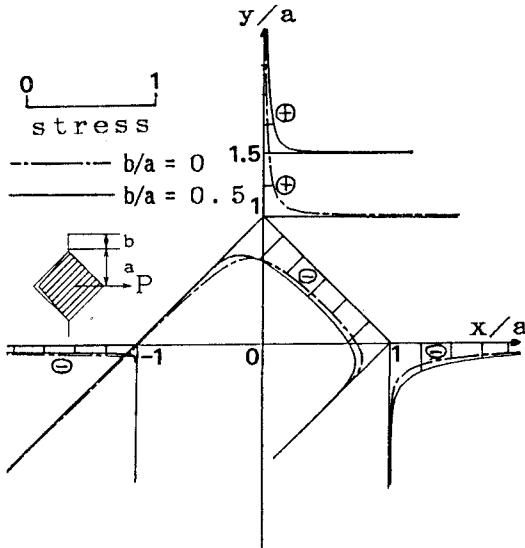


fig.2 σ_r, σ_x の応力分布
: $\delta\pi = 90^\circ$, $b/a = 0, 0.5$

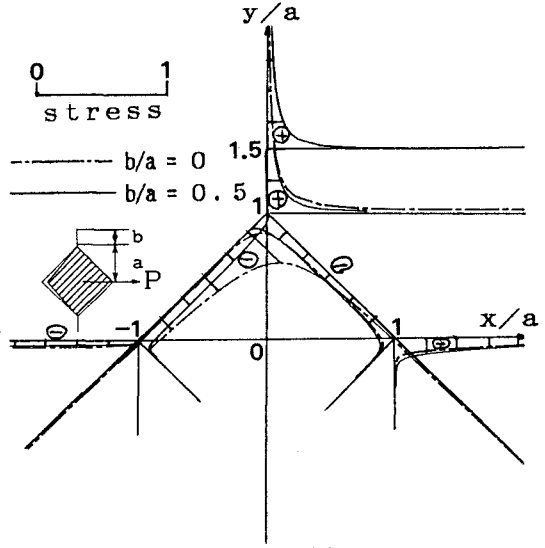


fig.3 σ_θ, σ_y の応力分布
: $\delta\pi = 90^\circ$, $b/a = 0, 0.5$

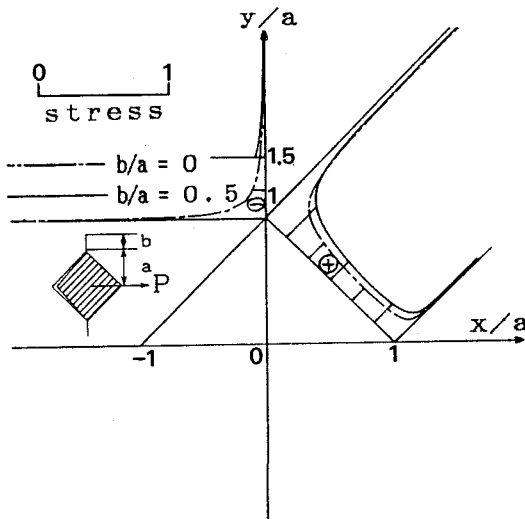


fig.4 σ_{re}, σ_{xy} の応力分布
: $\delta\pi = 90^\circ$, $b/a = 0, 0.5$

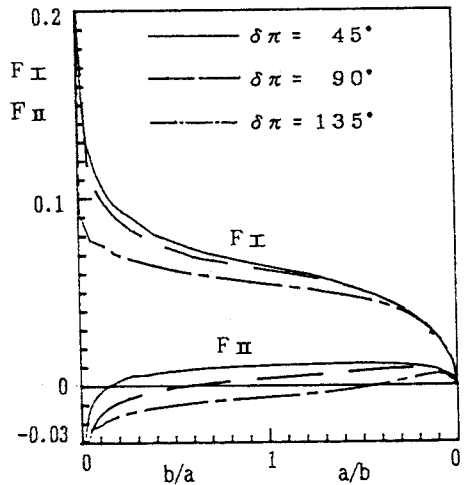


fig.5 無次元化した応力拡大係数 F_I, F_{II}