

## I-97

## クラックを含む弾性体の巨視的弾性定数に関する研究

埼玉大学工学部 正員 奥井義昭

埼玉県 鈴木隆弘

東京大学工学部 正員 堀井秀之

埼玉大学工学部 正員 秋山成興

## 1. はじめに

岩石、コンクリート、セラミクス等の初期欠陥・クラックを含むぜい性材料の破壊の進行を解析する手法として、損傷理論(continuum damage mechanics)の適用が盛んに行われている。損傷理論では、欠陥・クラックを含む材料を等価な連続体として取扱い FEMなどの数値解析法により解析するもので、通常の連続体としての基礎式の他に、①損傷を表すパラメータ(多くの場合、欠陥・クラックの幾何学的形状、分布を表すパラメータ)を含んだ形での平均応力-平均歪間の構成則および、②損傷の進展則が必要となる。現在までのところこの構成則、進展則は実験により計算結果を補正して決定する場合が多く供試体で得られた構成則、進展則を実際の材料に適用することは寸法効果、境界条件等の差異から疑問視される点が多い。

従って構成則、進展則を解析的な手法により明らかにすることが望まれており、その際クラック間の相互干渉による効果が重要となる。そこで本研究では、クラックを含む材料の構成則(巨視的弾性定数)をマイクロメカニクスを用いて検討した。その際クラック間の相互干渉を考慮し、クラックの幾何学的パラメータと巨視的弾性定数の関係および Self-Consistent Method(以下SCMと略記)の有効性を明らかにすることを目的とした。

## 2. 解析モデル

相互干渉を考慮した巨視的弾性定数を算出するためには多数のクラックを含む弾性体の平均応力と開口変位を計算する必要がある。多数のクラックの配置をランダムに設定した場合、自由度は非常に多くなり解析は実際上困難となる。そこで Fig.1に示すような2次元無限体上に矩形的領域を考え、その中のクラックの配置は任意とし、その他の領域についてはこの領域が周期的に配列されているといった問題(large periodicity)を考える。こうすることによりクラックの配置、配向に対しある程度のランダム性を考慮でき、しかも問題の次元を縮小できる。

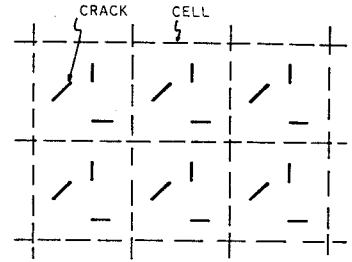


Fig.1 large periodicity の問題

## 3. 解析方法

クラックを含む弾性体の平均量に関する構成則は次式で表される。

$$\langle C_{ijkl} \rangle \langle \sigma_{kl} \rangle = \langle \varepsilon_{ij} \rangle = C_{ijkl} \langle \sigma_{kl} \rangle + \gamma_{ij}, \quad \gamma_{ij} = \int ([u_i]n_j + [u_j]n_i) ds / 2V \quad (1,2)$$

ここで、 $C_{ijkl}$ はマトリクス部のコンプライアンス、 $n_i$ はクラック表面上の法線ベクトル、 $V=HW$ 、 $[u_i]$ はクラック上における変位のジャンプ量、 $\langle \rangle$ は平均量を表す。結局クラックが存在することによる平均歪への寄与は $\gamma_{ij}$ を計算すれば良い。一方、平均応力は周期性より1つのセル内で平均を取ればよく、さらに発散定理を用いてセルの境界上での積分に変換できる。

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \int \sigma_{ij} dv / V = \int \sigma_{ik} x_j n_k ds / V \quad (3)$$

ここで、 $n_k$ はセルの境界における法線ベクトルである。(3)式より矩形のセルの場合、セル全体の平均応力はセルの境界における平均応力と等しくなる。(2),(3)式より平均歪、平均応力を求めれば巨視的弾性定数 $\langle C_{ijkl} \rangle$ が計算できる。また、実際の計算ではクラック間の相互干渉を考慮する方法としてpseudo-tractionの方法<sup>1)</sup>に用い、研究目的がSCMの有効性を検討することから厳密解または厳密解に収束する解が必要なため高次項まで計算を行った。

#### 4. 解析結果

まず、収束性を検討する目的でFig.2に示す2重周期のクラック系( $\theta=0$ )に対し検討を行った。平面応力に対する解析結果をFig.3,4に示す。図中、実線はクラック間の相互干渉を無視した結果、破線が本解析法で  $H/W=1$ , セル数  $3 \times 3$  の場合の結果である。また、SCM による結果は文献1)を参照した。同図より、相対的なクラック間の距離が小さくなると相互干渉の効果が無視できなくなることが分かる。次にクラック間の平均的な間隔およびクラックテンソル<sup>2)</sup>を一定とした場合に巨視的弾性定数がどの程度変化するかを検討する目的でFig.2において $\theta$ を変化させて計算を行った。計算結果をFig.5に示す。同図において計算結果はすべて $(X,Y)$ 座標について整理しており、 $(X,Y)$ 座標に関するクラックテンソルは不変である。Fig.5より、 $\theta$ による巨視的弾性定数の変化は、 $G_{xy}$ より $E_y$ の方が大きくクラック間の相互干渉における異方性的効果は、モードIの方が卓越することが分かる。

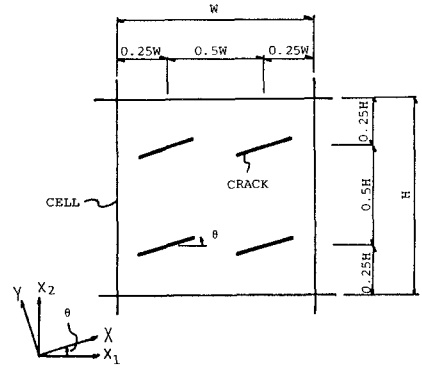


Fig.2 計算モデル

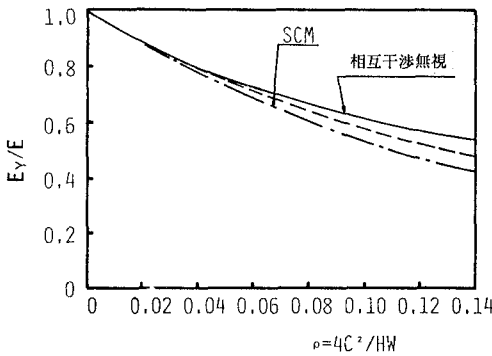


Fig.3 クラック密度とヤング係数比( $\theta=0, \nu=0.3$ )

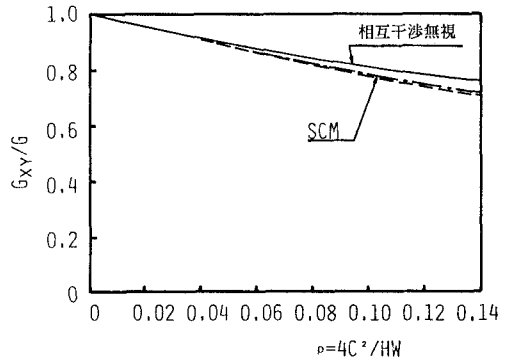


Fig.4 クラック密度とせん断弾性係数比( $\theta=0, \nu=0.3$ )

#### 5. まとめ

以上今回は比較的クラックが規則的に配置された場合を中心に報告を行った。今後、巨視的弾性定数に影響を及ぼすクラックテンソル以外のfabric tensorの検討およびクラックの配置配向を乱数を発生して決定し、SCM による巨視的弾性定数の結果と比較を行う予定である。

#### [参考文献]

- 1) Horii, H. and Sahasakmontri, K., Mechanical Properties of Solids Containing a Doubly Periodic rectangular Array of Cracks, 1987, Proc. of JSCE No.380/I-7, PP.125-135
- 2) Oda, M., An Experimental Study of the Elasticity of Mylonite Rock with Random Cracks 1988, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol.25, No.2, PP.59-69

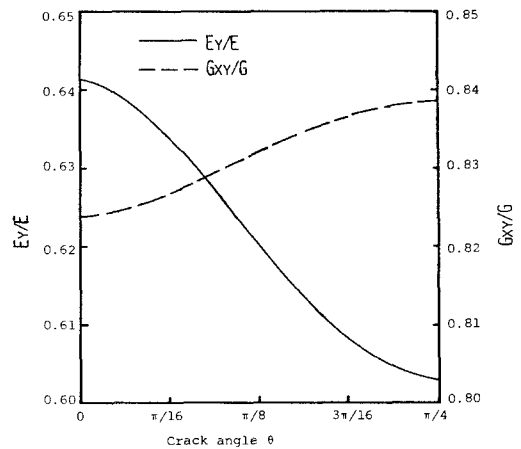


Fig.5  $\theta$  による弾性定数の変化( $\nu=0.3$ )