Ⅰ-86

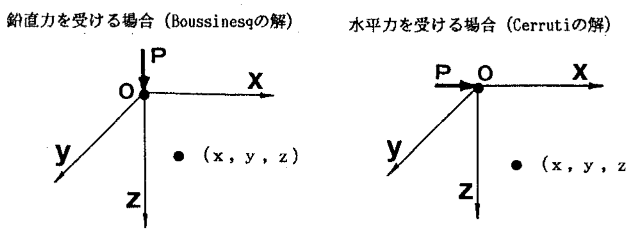
３次元弾性大形直方体要素の剛性マトリックスの作成

東洋技研コンサルタント㈱　正員○古市　亨
大阪工業大学　正員　岡村　宏一
東洋技研コンサルタント㈱　正員　石川　一美

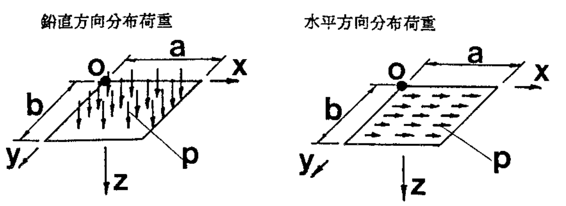
１．まえがき：近年、３次元弾性問題の解析には、３次元要素を用いた有限要素法が汎用化されている。しかしながら、通常の有限要素法を用いる場合、問題によっては、自由度が非常に大きくなるなどの難点を生じる。そこで、このような解析上の難点を克服するための１つの工夫として、解析モデルの離散化にあたって、大形の３次元要素を採択することが考えられる。本文で提案する直方体要素は、その周面に任意の材端応力と材端変位を与えることのできる大形の要素で、剛性マトリックスは、比較的簡単な解析解を基本解とし、選点法を併用して作成されている。

２．基本解：基本解として、図－１に示すような、半無限体の表面に鉛直方向集中力が作用する解（Boussinesqの解）ならびに、水平方向集中力が作用する解（Cerruti の解）を用いる。ここで、図－２に示すような分布幅（ａ，ｂ）を持つ等分布荷重を受ける解は、図－１に示す集中力（Ｐ）が作用するときの解を分布幅（ａ，ｂ）で積分することにより求める。

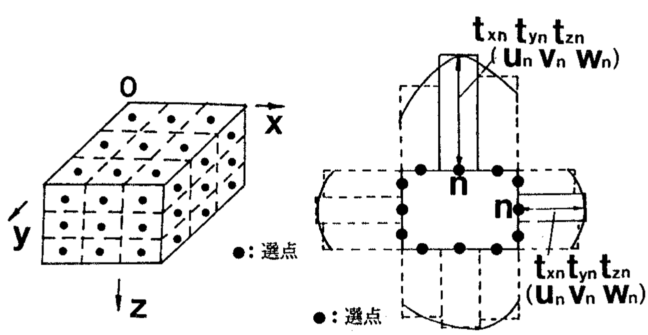
３．剛性マトリックス：図－３に示す各境界面の選点(ｎ)に任意の材端応力と材端変位を与えることの出来る剛性マトリックスを次の方法によって求める。まず、図－４(ａ)に示すようなｘｙ面が半無限体表面となるようなモデルを考え、ｘｙ面の各分割面に、図に示す各方向（ｘ，ｙ，ｚ）の分布荷重（ｐx，ｐy，ｐz）を与え、各面の選点での変位（ｕ，ｖ，ｗ）と、応力（ｔx，ｔy，ｔz）との関係を求める。次に、図(ｂ)、図(ｃ)に示すように、ｙｚ面、ｚｘ面が半無限体の表面となるようなモデルを考え、同様に各面の選点での変位と応力との関係を求める。



図－１

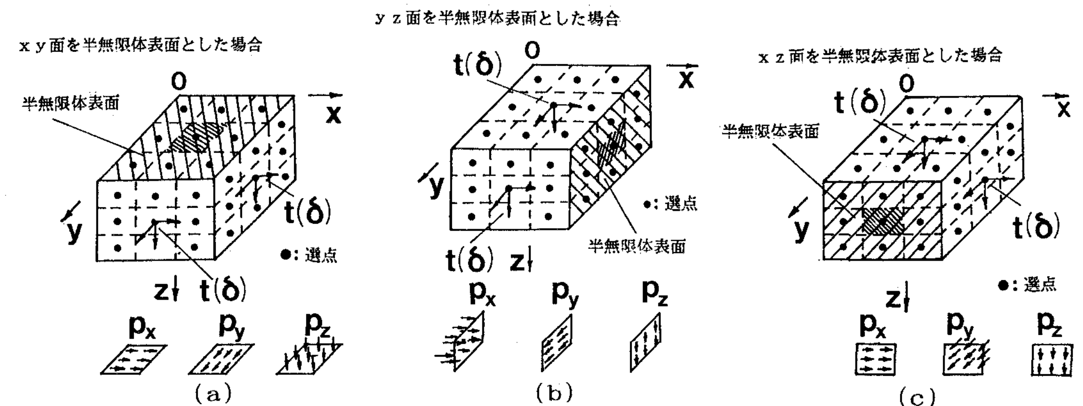


図－２



図－３

1)島田功,岡村宏一:厚い長方形スラブの応力と変形,土木学会論文集第233号,1975.1
2)S.Timoshenko,S.Woinowsky-Krieger:Theory of Plate and Shells,McGRAW-HILL BOOK COMPANY,pp202



図−４

これらのモデルを重ね合わせると次式のような関係式が得られる。

$\{t\}=[A]\{p\},\ \{\delta\}=[B]\{p\}$−−−−−−−−−−−−−（１）

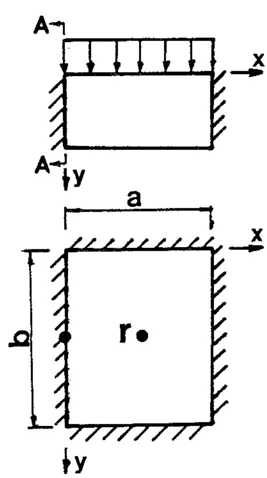
ここで、ｔ：応力のベクトル、δ：変位のベクトル，ｐ：外力のベクトル.

式（１）より、外力のベクトルを消去すると、三次元弾性直方体要素の剛性マトリックスが次式のように得られる。

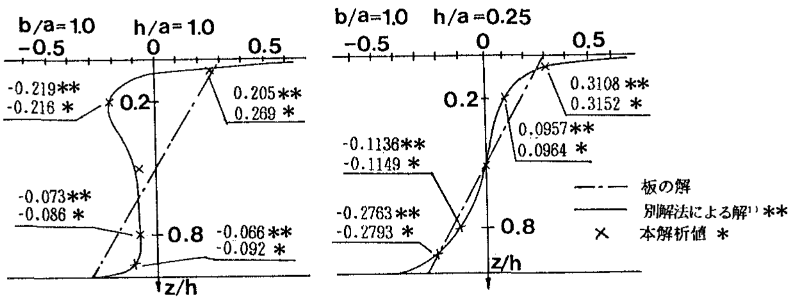
$\{t\}=[K]\{\delta\}$−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−（２）

したがって、図−３のように任意方向の境界面に対する応力の分布は分割された小区間の選点における平均量の重ね合わせによって近似され、それぞれの選点の変位と関係づけられる。

４．計算例：ここでは、３次元弾性大形直方体要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図−５に示す解析モデルは、今回作成した剛性マトリックスを用い、上面に全面等分布荷重（ｑ）を満載させ、下面自由、他の４面固定の条件を与えたもので、各小区間の分割は５分割である。図−６では、辺長比（ｂ／ａ=1.0）を一定とし、スラブ厚比（ｈ／ａ）を1.0，0.25と変化させた場合の結果と別解法[1]による結果とを比較している。また、スラブ厚比を変化させた時の、上面の選点ｒでのたわみの値を表−１に示す。スラブ厚比0.1 でほぼ板の解[2]と一致している。



図−５



図−６　σxの応力分布（qa^2/h^2）Ａ−Ａ断面

表−１　　$qa^4/Eh^3\times(10^{-2})$

ｈ／ａ	本解析値(A)	薄板の解(B)	Ａ／Ｂ
０．５００	１．０４２	０．１３８５	７．５２
０．３７５	０．６７０８	０．１３８５	３．６３
０．２５０	０．３６５５	０．１３８５	２．６４
０．２００	０．２６６１	０．１３８５	１．８８
０．１７５	０．２２３４	０．１３８５	１．６１
０．１５０	０．１８５２	０．１３８５	１．３４
０．１２５	０．１５１０	０．１３８５	１．０９
０．１００	０．１３９５	０．１３８５	１．０１