

I-76

超多元連立一次方程式のパソコン
による計算法について

北海道大学工学部 正員 佐藤 浩一

北海道大学工学部 正員 小幡 卓司

1. まえがき

通常、構造解析には大型コンピュータが利用されている。特に有限要素解析(FEM)においてはマトリックスがキングサイズであり、不可欠である。しかしながら、パソコンを用いる場合でも、構造解析において多少工夫すればかなりのキングサイズのマトリックス演算が出来る。例えば、FEMにおける係数マトリックスは剛性マトリックスに他ならず、剛性マトリックスには、一般に次のような性質がある。

性質1) キングサイズである。性質2) スパースである。性質3) バンドマトリックスである。

性質4) 対称マトリックスである。性質5) 正定値マトリックスである。これらの性質を上手に利用すれば、メモリーをかなり節約出来る。

本報告はパソコンを用いて MS-FORTRAN でメモリーを節約してプログラムを組むための一つの手法を報告するのが目的である。具体的には、メモリーを有効に利用するため、剛性マトリックスをスカイライン法用に一次元配列し、何元ぐらいまでのスパース行列の解析が可能かを検討するのが目的である。

2. スカイライン法について

構造解析、特に有限要素法(FEM)においては、剛性マトリックスはキングサイズであり、非対角成分がほとんど零となり、前述のような性質がある。一般には図-1のような配列になる。各列の最初の非零成分が何行目からであるかを求め、それらを結べば、図-1のような輪郭が描ける。スカイライン法とは剛性マトリックスの列ごとにバンド幅を可変で設定したもので、図-1のような剛性マトリックスの非零成分の輪郭が都市のビル群のシルエットに似ていることからこの命名がある。このような剛性マトリックス(係数マトリックス)の輪郭内の成分だけを用いて修正コレスキー分解し、図-2(a)のように各列の最初の非零成分と対角成分の間の領域のみを記憶し、図-2(b)のようにこれを一次元配列して解析する直接法である。この場合、輪郭内の零成分も一次元配列に入る(パソコンでは一次元配列は100000までのようである)。なお、文献¹⁾にパソコン用の一次元配列によるICCG法についても説明している。

3. 数値計算例とスカイライン法によるプログラミング

図-3に示すような、前述の性質を有する多元連立一次方程式に関して何元ぐらいまでパソコンで解析することが出来るか検討した。MS-FORTRAN で PC-9801 VM2 と PC-9801 RA2 を用いて単精度で計算した。演算プロセッサは使用していない。スクリーンエディターとして FINAL と MIFES を用いた。計算結果として、スカイライン法で解いた場合 $N = 19404$ 元まで計算することが出来た。この数値計算例の場合、単精度で十分である。計算時間は VM2 で約4分、RA2 で約3分であった。この計算に用いたプログラムは文献¹⁾に示している。

このプログラムは多元連立一次方程式を解くだけのプログラムである。しかしながら、有限要素解析には、要素の剛性マトリックスおよび全体の剛性マトリックスの作成、さらに境界条件の処理などのプログラムが必要である。これらに関しては、一例として、文献¹⁾に主桁5本、横桁3本の格子桁の解析例を示している。この場合の計算時間は約30秒であった。さらに、格子桁の解析に関して、曲げとねじり剛性を考慮した場合、主桁15本、横桁45本まで、節点数705、要素数1320まで解析している¹⁾。計算時間は PC-9801 VM2 で約55分、PC-9801 RA2 で約18分であった。単精度と倍精度で計算したが、計算結果を比較して、この場合でも、単精度で十分であることを確認した。

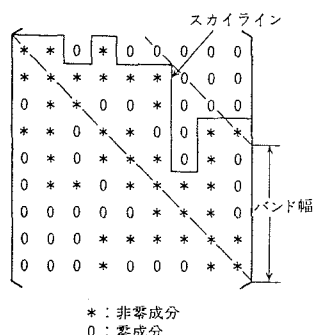


図-1 スカイライン

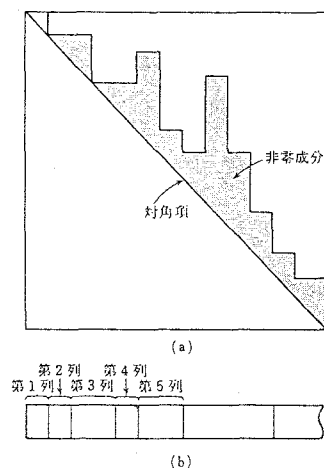


図-2 構造全体の剛性マトリックス

次のような多元連立一次対称方程式を解く。

10	{	4 3 2 1	}	V(1)	
12		3 4 3 2		V(2)	
22		2 3 8 6 2 1		V(3)	
22		1 2 6 8 3 2		他は全部 0	V(4)
22		2 3 8 6 2 1		V(5)	
22		1 2 6 8 3 2		V(6)	
22		2 3 8 6 2 1		V(7)	
22		1 2 6 8 3 2		V(8)	
22		2 3 8 6 2 1		V(9)	
22		1 2 6 8 3 2		V(10)	
22	{		}	.	
22				.	
22		2 3 8 6 2 1		.	
22		1 2 6 8 3 2		.	
22		2 3 8 6 2 1		.	
22		1 2 6 8 3 2		.	
22		2 3 8 6 2 1		.	
22		1 2 6 8 3 2		.	
22		他は全部 0		.	
22		2 3 8 6 2 1		V(n-2)	
12	1 2 6 8 3 2	V(n-1)			
10		2 3 4 3	V(n)		
		1 2 3 4			

MS-FORTRAN を用いてスカイライン法で解く場合
 入力データ (N は連立一次方程式の元数、 N1 は印字の間隔)
 N = 19404, N1 = 100
 をファイル名 = S30DATA から読み込みば、
 IND1(I), IND2(I), S7(I), DIS(I) は計算して自動的に入る (I=1, 19404)

圖-3 多元連立一次方程式

なお、MS-FORTRAN によるパソコン用として、連続桁、平面トラス、平面ラーメン、不完全合成桁、有限要素法（二次元弾性問題）、格子桁など種々の構造解析プログラムを作成しているが、詳細については、別の機会に発表する予定である。

4. あとがき

本報告の数値計算例で示したように、約3分程度で19404元のかなりキングサイズの多元連立一次方程式（但し、スパース行列とする）をパソコンで解くことが出来た。ここでは示していないが、種々の計算結果より計算精度は大型計算機と同等と思われる。本報告のパソコンを用いたスカイライン法はFORTRAN 77に準拠しているので、メモリーがオーバーするような場合は、大型コンピュータに簡単に移せるので、さらに大規模の多元連立一次方程式（但し、スパース行列とする）を解くことが可能である。パソコンでFORTRAN言語を用いて実行する場合のその他の使用法としては、パソコン処理には適しない非常に時間のかかる計算で最終的に大型コンピュータで処理しなければならないが、部分的なプログラム単位ごとのプログラミングおよびディバックにパソコンを活用し、大型コンピュータに実行させる前にアルゴリズムの良し悪しを予め検証しておくことにより、大型コンピュータによる全体のプログラミングおよびディバックを効率的に行うことも可能である。

(参考文献)

1) 佐藤浩一、渡辺昇、小幡卓司、井上稔康：一次元配列のICCG法とスカイライン法のパソコンへの適用について、土木学会北海道支部論文報告集、第46号、pp.13-18、1990.2.