

愛媛大学工学部 正会員 ○大久保 禎二
 宇部興産(株) 正会員 和多田 康男
 山口県庁 西村 一隆

1. まえがき

著者らはこれまでに固定荷重を受ける骨組構造物の材料の非線形性を考慮した解析を、エネルギー原理及び数値計画法の手法を用いて行う方法について研究を行ってきたが^{1)~4)}、本研究では、トラス構造物が変動荷重を受け、各部材が弾塑性履歴挙動をする場合の部材力およびひずみの解析を、エネルギー原理および数値計画法の手法を用いて行う方法について基礎的な研究を行ったものである。

2. エネルギー原理に関する一仮定

通常、最小コンプリメンタリーエネルギーの原理における部材*i*の断面のコンプリメンタリーエネルギー密度 β_i は、応力度およびひずみが図-1に示す σ_i および ε_i の場合はOABの面積、また、 $\sigma_i + \Delta\sigma_i$ および $\varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i$ の場合はOCDの面積で定義されている。本研究では「構造物の要素*i*がすでに先行荷重*P*により応力度 σ_i およびひずみ ε_i を受けている場合、新たに載荷される増分荷重 ΔP に対する真の増分応力度 $\Delta\sigma$ は、各部材の先行応力度およびひずみ σ_i および ε_i を原点とし、図-1に示すBED、あるいは図-2に示すBEDのコンプリメンタリーエネルギー密度 β_i のみを考慮して構造物の全コンプリメンタリーエネルギーを求め、これを最小にすることにより求められる」との仮定を設定する。

3. 増分荷重 ΔP による部材力の増分の解析法

2.でのべた仮定、および文献1で著者らの提案している材料の非線形性を考慮したトラス構造物の解析法を用いて、 ΔP によるトラス構造物の各部材力の増分 ΔN を次のコンプリメンタリーエネルギー最小化問題を解くことにより決定する。すなわち、

$$\text{Find } X, \text{ which minimize } \Pi_c(X) = \sum_{i=1}^n \Pi_{ci}(X) \quad (1)$$

$$\text{subject to } g = \Delta P - CX = 0 \quad (2)$$

ここに、 $X = [\Delta N_1, \dots, \Delta N_n]^T = [X_1, \dots, X_n]^T$

$g = [g_1(X), \dots, g_m(X)]^T$: 可動節点における ΔP および ΔN に関する釣合条件式

C : 力の変換マトリックス, n : 部材数, m : 自由度の数

式(1)の Π_{ci} は、2.で設定した仮定により図-1のBEDの場合には次式により計算される。

$$\Pi_{ci} = \int_{V_i} \beta_i dV = \beta_i \times V_i \quad (3)$$

$$\beta_i = \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i} \sigma d\varepsilon - \int_0^{\varepsilon_i} \sigma d\varepsilon - \varepsilon_i(\sigma_i) \times \Delta\sigma_i \quad (4)$$

上式の $\Delta\sigma_i$ は $\Delta\sigma_i = \Delta N_i / A_i$ と ΔN_i の関数であるので、 Π_{ci} は ΔN_i 、すなわち X の関数となる。 A_i , V_i は部材*i*の断面積および体積である。

上記の式(1)~(4)のコンプリメンタリーエネルギー最小化問題を、文献1)でのべている逐次二次計画法とLPの手法を用いて解く。

4. 解析例および解析結果の考察

(1) 荷重を分割した場合としない場合の解の比較

上記の2. 3でのべた仮定および解析法の妥当性を検討するため種々の不静定トラスの解析を行ったが、図-3に示す非線形材料Aよりなる図-4

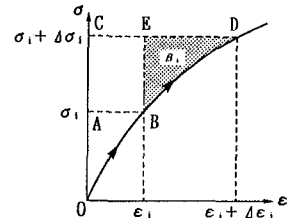


図-1 応力度の増分(+)に対するコンプリメンタリーエネルギー密度

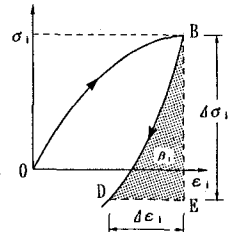


図-2 応力度の増分(-)に対するコンプリメンタリーエネルギー密度

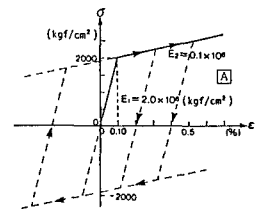


図-3 非線形応力度-ひずみ関係およびその履歴

に示す3 1部材トラスの荷重を4等分し逐次載荷した場合、および荷重を分割しないで解析した場合の解析結果の比較を表一に示す。荷重を分割した場合と分割しなかった場合の解の相対誤差は0.000~0.005%であり、両解法による解は極めてよく一致しており、2. で設定した仮定が正確に成り立つことが明らかとなった。

(2) 変動荷重を受ける場合

変動応力を受けるトラスの各部材の応力度-ひずみ関係が図-3に示すように挙動するものとして、図-5に示す3部材トラスの節点Aに400t(↓)→400t(↑)→500t(↓)→1000t(↑) の変動垂直荷重が逐次作用する場合、各変動荷重により各部材に生ずる軸力およびひずみの増分、およびこれらの逐次合計を表二に示す。荷重1の後に荷重2が加えられると載荷荷重は0となるが、荷重1と2による部材力の分布条件が異なるため各部材に部材力(応力)が存在している。荷重3の載荷後と荷重4の載荷後は荷重の符号が逆となるが絶対値が同じ大きさであるので、応力度およびひずみの合計も同様に異符号で絶対値が同じ大きさとなっている。各変動荷重による部材②の応力度-ひずみ関係の履歴を図-6に示す。

5. 結 論

本研究により、変動荷重ΔPによって生ずるトラス構造物の各部材の軸力の増分ΔNおよびひずみの増分Δεは、各部材の既存の応力度およびひずみを原点とし、新たに加わる変動荷重により生ずる応力度およびひずみの増分のみを考慮して図-1あるいは図-2のβ_iに示すようにコンプリメンタリーエネルギー密度を計算し、ΔPによる全コンプリメンタリーエネルギーを、ΔPおよび部材力の増分ΔNのみを考慮した可動節点の釣合条件式のもとで最小化することにより、極めて正確に求められることが明らかとなった。

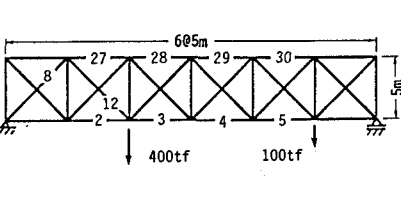


図-4 31部材トラス

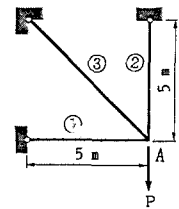


図-5 3部材トラス

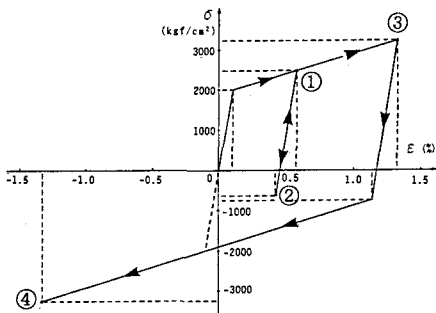


図-6 応力度-ひずみ関係の履歴 (3部材トラス 部材②)

表一 3 1部材トラス (材料A) の荷重4等分割による解と分割しない場合の解との比較

部材番号	荷重Pを分割しない場合の軸力	荷重4等分割					
		軸力の増分 ²⁾				軸力増分の合計	相対誤差
		P/4	(P/4)+P/4	(3P/4)+P/4	(3P/4)+P/4		
2	423.16	101.13	109.15	105.14	107.75	423.17	0.002%
3	504.18	122.37	129.74	126.07	126.00	504.18	0.000%
4	391.78	98.56	97.80	97.47	97.95	391.78	0.000%
5	273.82	67.22	67.32	70.84	68.46	273.83	0.004%
8	-203.26	-56.02	-54.88	-55.50	-36.86	-203.27	0.005%
12	202.94	57.33	45.98	51.65	47.96	202.93	0.005%
27	-426.84	-111.37	-103.35	-107.36	-104.75	-426.83	0.002%
28	-512.49	-131.80	-124.42	-128.10	-128.16	-512.48	0.002%
29	-391.56	-97.27	-98.04	-98.36	-97.89	-391.56	0.000%
30	-276.18	-70.28	-70.18	-66.66	-69.04	-276.17	0.004%

1) 各軸力および軸力の増分の単位はtfである。
2) ()内はすでにかかっている荷重を示す。

表二 3部材トラスの各変動荷重による軸力増分およびひずみ増分 [荷重履歴 400t→-400t→500t→-1000t]

荷重	部材	軸力増分	ひずみ増分	Σ軸力	Σひずみ
荷重1 400↓	1	-152.12	-0.0761%	-152.12	-0.0761%
	2	247.88	0.5788%	247.88	0.5788%
	3	215.14	0.2514%	215.14	0.2514%
荷重2 -400↑	1	82.84	0.0414%	-69.28	-0.0346%
	2	-317.16	-0.1586%	-69.28	-0.4202%
	3	-117.16	-0.0586%	97.98	0.1928%
荷重3 500↓	1	-108.63	-0.0543%	-177.91	-0.0890%
	2	391.37	0.9007%	322.09	1.3209%
	3	153.62	0.4232%	251.60	0.6160%
荷重4 -1000↑	1	355.81	0.1779%	177.91	0.0890%
	2	-644.19	-2.6419%	-322.09	-1.3209%
	3	-503.20	-1.2320%	-251.60	-0.6160%

荷重、軸力の単位はともにtfである。

[参考文献] 1)大久保 他, 土・学・論, 第374号 2)Ohkubo, S. et.al., Computers & Structures, Vol.27, No.1
3)大久保 他, 土・学・論, 第398号 4)大久保 他, 土・学・論, 第416号