

I-60

ダフフィン型梁の座屈に関する研究

日本大学 正 員 能町純雄
 日本大学 正 員 木田哲量
 日本大学 正 員 澤野利章
 日本大学 学生員○李 鴻鈞

1.はじめに：構造物が破壊に至る過程においてフックの法則が成り立たないような応力-ひずみ関係を呈する場合についての解析法がまた十分ではない。

そこで、本研究はモデルを構成する材料の力学特性が非線形である場合において、軸方向圧縮力 N が限界荷重に達したときの梁における圧縮力と細長比の新しい関係を解析する。なお、荷重が作用する梁部材における非線形座屈解析においては微小変位理論を考慮して非線形座屈のモーメントも解析することにする。

2.ダフフィン型の応力-ひずみ関係：部材が矩形断面の場合に外力の作用によって生ずるひずみ ϵ の変化状況は式(1)で表され、外力が限界荷重に達したとき座屈現象を生ずるが、そこに至るまでの応力-ひずみの非線形関係は式(2)で表すことができる。

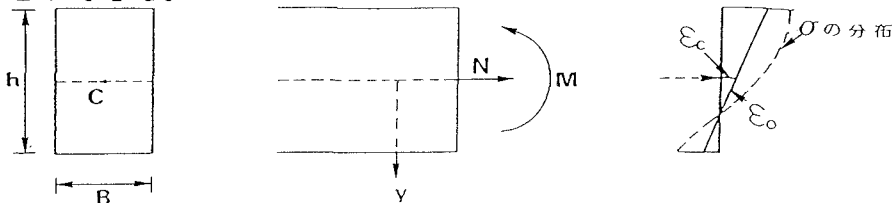


図-1 ひずみの変形図

$$\epsilon = \epsilon_0 + \kappa y \quad (1) \quad \sigma = E \left\{ \epsilon_c + \kappa y - \frac{(\epsilon_c + \kappa y)^3}{3 \epsilon_0^2} \right\} \quad (2)$$

ここで、 ϵ_c ：断面中央ひずみ， κ ：曲率， E ：ヤング係数

3.解析方法：軸方向力 N とモーメント M は梁の構成材料の応力-ひずみ関係である式(2)の関係より、それぞれ次のように表すことができる。ただし、 I_2 ：部材断面二次モーメント， A ：部材断面積

$$N' = \frac{N}{EA \epsilon_0} = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_c^3}{3 \epsilon_0^3} - \frac{\epsilon_c I_2 \kappa^2}{A \epsilon_0^3} \quad (3)$$

$$M' = \frac{M}{EI_2 \kappa_0} = \frac{\kappa}{\kappa_0} - \frac{\kappa}{\kappa_0} n^2 - \frac{\kappa}{3 \kappa_0} \quad (4)$$

ここで、 $n = \epsilon_c / \epsilon_0$ ， $m = \kappa / \kappa_0$ におくと、式(3),(4)はそれぞれ次のように表すことができる。

$$N' = n - \frac{n^3}{3} - \alpha n m^2 \quad (5) \quad M' = m - m n^2 - \frac{m^3}{3} \quad (6)$$

ここで、 $\alpha = \frac{I_2}{AI_4} = \frac{5}{9}$ ，なお、 $|n| \leq 1$ は弾性部分を表すパラメータである。なお、 I_4 ：部材断面四次モーメント

モーメントのつり合いを図-2に示す関係から求めると、 $M + NW = 0$ の式で表すことができる。

ここで、たわみ $W = W' \sin(\pi X/L)$ とおくと、
曲率 κ は次式で表される。

$$\kappa = \left(\frac{\pi^2}{L} \right)^2 W' \sin\left(\frac{\pi X}{L} \right) \quad (7)$$

ここで、 W' は最大たわみとすると、モーメントのつり合い式は次式となる。

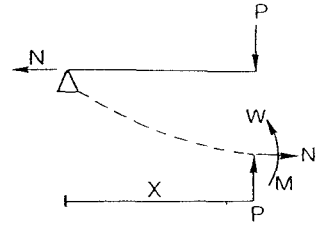


図-2 モーメントのつり合い

$$\because W = \kappa \frac{L^2}{\pi^2} \quad \therefore M + \frac{L^2}{\pi^2} \kappa N = 0 \quad (8)$$

式(8) を $EI_2 \kappa$ で除して M' と m の関係を用いて表すと次式となる。

$$M' = - \frac{L^2}{\pi} m \frac{N}{EI_2} = - \frac{L^2 m}{\pi^2 EI_2} N' E \epsilon_0 A = - N' \frac{\lambda^2}{\pi^2} \epsilon_0 m \quad (9)$$

ここでは、圧縮力についてのみ考慮することとすれば、細長比 λ と限界細長比 λ_p はそれぞれ次のように表される。

$$\lambda^2 = \left(\frac{L}{r} \right)^2 = \frac{\pi^2 M'}{N' \epsilon_0 m} \quad (10) \quad \lambda_p = \pi \left(\frac{2/3E}{\sigma_0} \right)^{1/2} = 81.12 \quad (11)$$

上の λ_p の値は、 $\sigma_0 = 300 \text{ kg/cm}^2$ 、 $E = 3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ とした場合である。

ここまでは厳密解として解析を行ったものであるが、解析の便利さを考えて近似式を求めた。その近似式は次式のようになる。

$$M' = \left(1 - e^{-\frac{1.273 \lambda^2}{\lambda_c^2}} \right) M'_{\infty} \quad (12)$$

4. 結果及び考察：非線形座屈の理論では曲率 $m = 0.001$ として、ひずみ比 $n = 0.1 \sim 0.999$ を代入して細長比と応力の関係を求めた図-3 を見ると、梁の安定限界を示す曲線において、線形と非線形の差は曲線BED 囲まれた部分となる。なお、安定限界を越えた場合は本解析では直接解析が可能となることが明らかになった。モーメントのつり合いは、その限界細長比 λ_c が99ときであり、これを用いてモーメントのつり合いと細長比の関係を求めることができる。この関係の厳密解と近似解を比較した結果はほぼ等しくなっている。

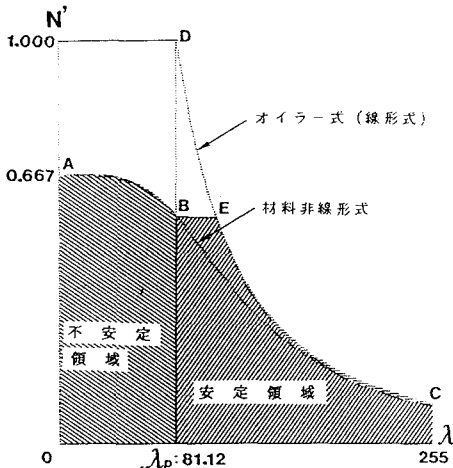


図-3 細長比と応力の関係

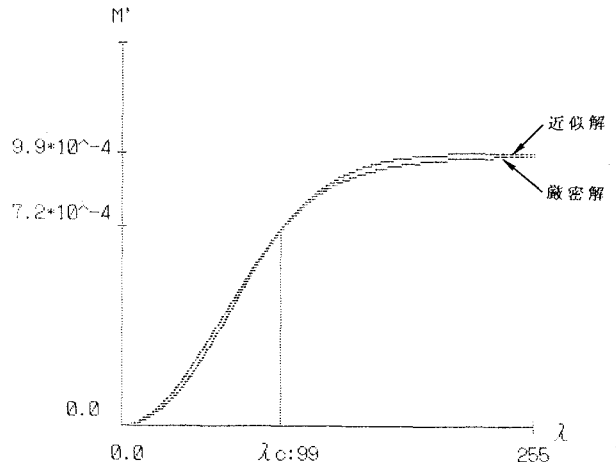


図-4 厳密解と近似解の比較