

## I-39 2方向面内圧縮力を受ける矩形板の弾塑性耐荷力について

高知高専 正員 勇 秀憲

## 1. まえがき

本報告は、2方向面内圧縮力を受ける鋼矩形板の弾塑性耐荷力の新しい簡易評価法を提案するものである。圧縮柱、圧縮無補剛板・補剛板、圧縮円筒シェル、圧縮円筒パネル、2方向圧縮正方形板などと同様に、塑性崩壊機構を考慮した「等価分岐点」近傍での初期不整敏性評価により統一的に求めるものである[1]。

## 2. 弹塑性耐荷力

周辺単純支持矩形板が図-1(a)のように2方向の面内平均軸圧縮応力 $\sigma_x$ と $\sigma_y$ を受ける場合を考える(縦横比 $\phi = a/b$ : aは板長、bは板幅)。平均軸ひずみを $\epsilon_x$ と $\epsilon_y$ とすると、ひずみ比 $\rho' = \epsilon_y/\epsilon_x$ について、以下の①～⑩を繰り返す：

- ①材料は完全弾塑性体とする(応力は材料の降伏応力 $\sigma_y$ で無次元化する。以下も同じ)。
- ②材料の非線形性として、2方向の各断面内の残留応力分布形は図-1(b)に示すような初期自己平衡なn次曲線分布とし、各方向に一定である(最大圧縮残留応力の大きさを $\sigma_{rx}$ 、 $\sigma_{ry}$ とする)。
- ③簡単のために、2方向の平均軸圧縮応力 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ と平均軸ひずみ $\epsilon_x$ 、 $\epsilon_y$ はそれぞれ独立に断面の接線係数 $\tau_x$ 、 $\tau_y$ の関数として表現する。
- ④等価応力 $\sigma_{eq}$ と等価ひずみ $\epsilon_{eq}$ を次式で定義し、これより割線係数 $E_s$ を求める。  

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y} \quad \text{および} \quad \epsilon_{eq} = \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 - \epsilon_x \epsilon_y} \quad (1)$$
- ⑤弾性および弾塑性座屈面外変位Wは、縦横比 $\phi$ に対し波数比 $\alpha = m/n = 1 \sim \phi$ (m、nは縦横方向モードの半波数)となるモードで与えられる(変位は板厚tで無次元化する:  $w=W/t$ )。同じ波数の対応する初期変位モードの大きさを $w_0$ とする( $w_0=W_0/t$ )。
- ⑥弾塑性域における釣り合い方程式は、修正したvon Kármánの式にBliechの $\sqrt{\epsilon}$ 理論を適用して擬似弾性的に幾何学的非線形挙動を取り扱う。
- ⑦④⑤⑥よりGalerkin法を適用すると弾塑性釣り合い径路は次式となる( $w_0=0$ のとき)。

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}^p + C w^2 \quad (2)$$

ここに、 $\sigma_{eq}^p$ は弾塑性分岐点等価応力である。このとき、分岐点における応力比 $\rho = \sigma_y/\sigma_x$ が定義できる。Cは縦横比 $\phi$ 、波数比 $\alpha$ 、残留応力分布形状と大きさ $\sigma_{rx}$ や $\sigma_{ry}$ 、モードw、係数 $\tau_x$ 、 $\tau_y$ 、係数 $E_s$ 、応力比 $\rho$ など弾塑性分岐点における諸特性から決定される定数である。

⑧また、⑤の座屈モード $\alpha$ に対応する塑性崩壊機構を考えると、塑性崩壊機構曲線は次式で与えられる[1]：

$$w = A \sqrt{1 - \sigma_{eq}^2 / \sigma_{eq}} \quad (3)$$

ここに、Aは各モード $\alpha$ ごとに、応力比 $\rho$ の関数として定義される。

⑨弾塑性釣り合い曲線(2)と塑性崩壊機構曲線(3)との交点を「等価分岐点」( $w_*$ ,  $\sigma_{eq}^*$ )と定義し(図-2のC点)この点近傍での評価から、初期変位 $w_0$ を有する矩形板の弾塑性耐荷力 $\sigma_m$ は次式で求められる[1, 2]。

$$\sigma_m = \sigma_{eq}^* [1 + \alpha * w_{eq} - \sqrt{\alpha * w_{eq} (2 + \alpha * w_{eq})}] \quad (4)$$

ここに、係数 $\alpha *$ は等価分岐点における崩壊機構曲線の勾配から決定され、 $w_{eq}$ は等価初期たわみ

$$w_{eq} = \mu(R) w_0 \quad (5)$$

である。また、 $\mu(R) = \mu_c (R/R_c)^\beta$ 、 $\mu_c = 1/4$ 、 $\beta = 2(1 - R/R_c)$ 、 $R_c = 1/\sqrt{1 - \sigma_{rx}}$ である。

⑩結局、応力比 $\rho$ について、縦横方向の耐荷力 $\sigma_{xm}$ 、 $\sigma_{ym}$ は次式で求められる：

$$\sigma_{xm} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{1 - \rho + \rho^2}} \quad \text{および} \quad \sigma_{ym} = \rho \sigma_{xm} \quad (6)$$

## 3. 数値計算例

縦横比  $\phi = 3$  の矩形板モデルの弾塑性耐荷力を求める。最大圧縮残留応力の大きさを  $\sigma_{rx} = 0.2$  と  $\sigma_{ry} = 0.2$  とする。Dowling[3]の結果と比較するために、初期変位  $W_0/b = 1/600$ 、幅厚比  $b/t = 60$  を与えた。図-3の一点鎖線が各座屈モード  $\alpha = 1, 2, 3$  ごとの崩壊機構である。図-4は本手法より得られた弾塑性耐荷力の相関曲線である。横軸、縦軸はそれぞれ耐荷力  $\sigma_{xm}$ 、 $\sigma_{ym}$  を示し、図の3本の実線が各モードについての本手法の計算結果、破線がDowlingの結果である。

なお、詳細は当日発表する予定である。

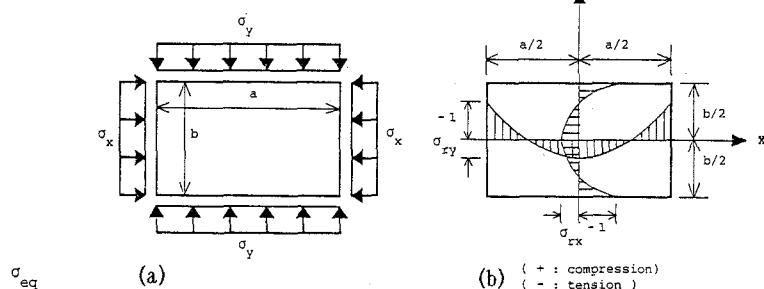
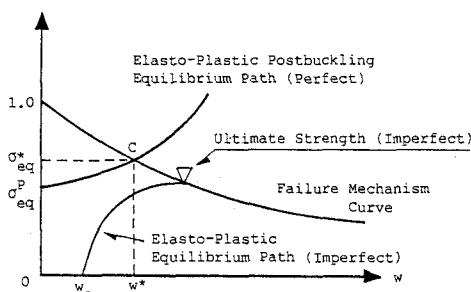
図-1 矩形圧縮板と  
残留応力分布

図-2 等価分岐点

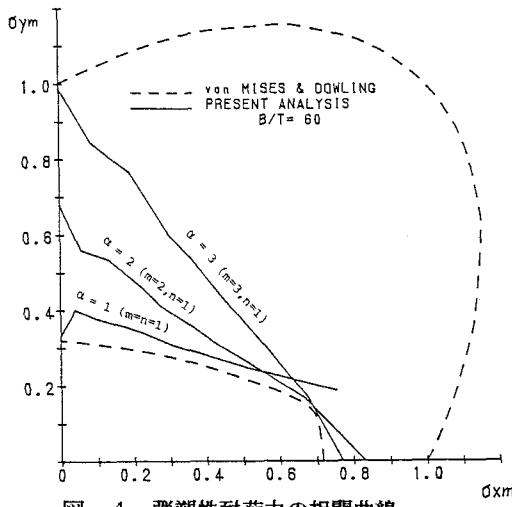
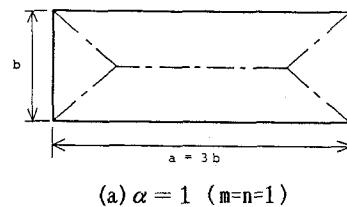
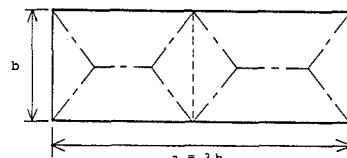
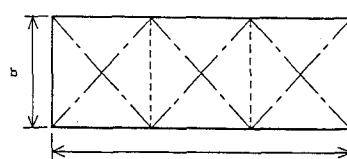
図-4 弾塑性耐荷力の相関曲線  
( $\sigma_{rx} = \sigma_{ry} = 0.2$ 、 $W_0/b = 1/600$ )(a)  $\alpha = 1$  ( $m=n=1$ )(b)  $\alpha = 2$  ( $m=2, n=1$ )(c)  $\alpha = 3$  ( $m=3, n=1$ )

図-3 崩壊機構

- 1) 丹羽, 渡辺, 勇: 構造工学論文集, 第32A巻, 363-372, 1986.
- 2) Niwa, Watanabe, Isami, Fukumori: Proc. JSCE, No. 341, 23-31, 1984.
- 3) Dier, Dowling: Behaviour of Thin-Walled Structures, 329-353, 1984.