

I-35

せん断を受ける平板の後座屈解析

岐阜大学大学院 学生員○長縄卓夫

岐阜大学工学部 正 員 森脇良一

岐阜大学工学部 正 員 奈良 敬

1. まえがき

平板の後座屈強度を明らかにすることは、薄板構造を主体とする構造物の耐荷力を論じる場合、重要な解析の一つと考えられる。

腹板を対象とする場合、その境界条件は、非載荷辺である上下辺固定、載荷辺である左右辺単純支持と考えるのが一般的とされている¹⁾が、従来の研究例においては、非載荷辺を固定支持として解析したものはほとんど見られないのが現状である。この理由として、従来より用いられた固定のたわみ関数が非常に複雑なため、実際に計算可能な解析式を導くことが困難なことが考えられる。そこで、固定の境界条件を満たすもので、従来のものに比べて非常に簡単なたわみ関数を用い、載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の平板がせん断力を受ける場合の後座屈領域における各種性状を明らかにしたので報告する。

2. 研究方法

今回解析に用いたモデル及び載荷状態は、図-1に示すとおりであり、固定の境界条件を満たすたわみ関数を含む、式(1)に示すたわみの近似式を用いた。

$$w = t \sum_m \sum_n \{ A_{mn} + B_{mn} \} \left\{ \cos \frac{(m-1)\pi}{a} x - \cos \frac{(m+1)\pi}{a} x \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \cdots (1)$$

ここで、 A_{mn} は初期たわみ、 B_{mn} は付加たわみのたわみ関数の係数である。

応力とひずみの関係を考えるにあたって、Marguerreの式を適用した。

式(1)を偏微分することにより、Marguerreの式は、次に示す式(2)のように変形することができる。

$$\begin{aligned} J_x \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2J_z \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + J_y \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \\ = \frac{t^2 \pi^4}{a^2 b^2} \sum_p \sum_q C_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{q\pi}{b} y \quad \cdots (2) \end{aligned}$$

ここに、 $J_x = 1/E_y t$ 、 $J_y = 1/E_x t$ 、 $2J_z = 1/Gt - \nu_x J_y - \nu_y J_x$ 。ただし、 F はAiryの応力関数、 t は板厚、 E_x 、 E_y 、 ν_x 、 ν_y は x 、 y 座標軸方向の板の弾性定数とポアソン比、 G は板のせん断弾性定数である。

この式の特異解として、応力関数 F_1 を、式(3)のように置くことができる。

$$F_1 = t^2 \sum_p \sum_q \phi_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{q\pi}{b} y \quad \cdots (3)$$

また、外力条件から定まる応力関数 F_0 で、せん断力が作用する場合のものは N_{xy} を中立面における単位幅当りのせん断力とすると、式(4)の様に表すことができるので、Airyの応力関数 $F = F_1 + F_0$ を得ることができる。

$$F_0 = N_{xy} xy \quad \cdots (4)$$

以上を用いて、等方性の正方形板について x 方向 y 方向それぞれにたわみ関数を第3項まで仮定して解析を行った。平板の様な単純な構造物を対象にした幾何学的非線形性の問題に有効と考えられるGalerkin法を用い、そ

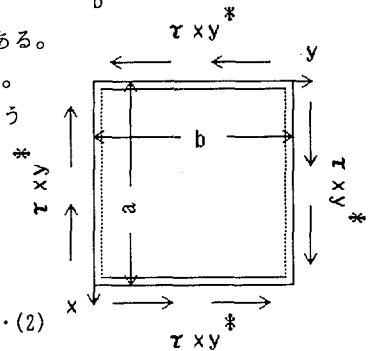


図-1 解析モデル

と荷重状態

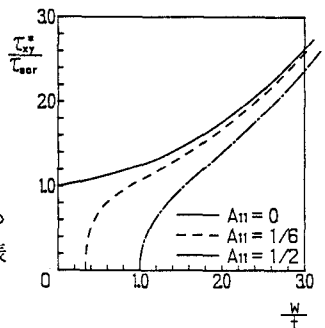


図-2 荷重とたわみの関係

れによって得られる9元3次方程式は、Gauss-Seidel法と二分法の混合解析を用いた。

3. 結果及びその考察

本解析では $a=100\text{cm}$ 、 $b=100\text{cm}$ 、 $t=1.0\text{cm}$ 、座屈係数13.1として、解析を行った。その結果及び考察は次の通りである。

板中央でのたわみと作用する応力の関係を図-2に示す。 τ_{xy}^* は中立面における単位面積あたりの外力、 τ_{scr} は純せん断座屈応力である。前回発表した圧縮力が作用する場合と同じくグラフはほぼ放物線を描くことがわかる²⁾。また、初期たわみを有する板の場合は、座屈荷重付近に変曲点を有する曲線となり、この変曲点に相当する荷重までは、荷重に対して加速度的に面外たわみが増加するが、それ以後は荷重の増加に対して面外たわみの増加が押さえられ、初期たわみのない板の場合の曲線に漸近していく傾向が認められる。このような傾向は初期たわみ量が大きくなるにつれ不明瞭となる。

板中央での膜応力と作用する応力の関係を図-3に示す。 σ_e はEulerの座屈応力度である。 τ_{xy} は、作用応力が座屈応力に達するまでは、弾性理論で説明される直線を示し、座屈後はたわみの増加にともない増加率が減少している。これは、斜め張力場の発生の為と考えられる。それにともない、 σ_x 、 σ_y が発生し、徐々に増加していく。また、初期たわみのある場合は、座屈荷重より低い値から、斜め張力場の傾向を示すが、座屈後の荷重の増加によって初期たわみのない場合の曲線に漸近している。この程度の初期たわみが膜応力に及ぼす影響は、座屈後早期に解消されることを示している。

板中央表面での面外たわみによる応力と作用応力の関係をグラフに表したものを図-4に示す。グラフは、横軸の尺度が違うことを除けば、たわみと作用する応力の関係を示す図-2と同じく、ほぼ放物線を描く。

$\tau_{xy}^*=1.2\tau_{scr}$ の場合の面外たわみの状態を図-5、

$\tau_{xy}^*=2.0\tau_{scr}$ の場合

を図-6に示す。平板の

一対角線方向に帯状に

凸形のたわみ波形となる。 図-5 面外たわみ図

これもまた斜め張力場の発生を表していると考えられ、帯状の方向に引張応力、もう一方の対角方向には圧縮応力が生じていると考えられる。また、図-5と図-6を比較してみると、図-6の方が初期たわみのある場合とない場合の差が小さくなっていることが分かる。面外たわみに与える初期たわみの影響は、荷重の増加によって解消されることがわかる。

参考文献

- 例えば、森脇良一、藤野眞之： 初期不整を有するプレートガーダーの純曲げ強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第294号，1977年8月。または、関西橋梁鉄骨溶接研究会： プレートガーダーの耐荷力に関する理論と実験，1965年7月。2)長縄卓夫・森脇良一・奈良敬： 圧縮を受ける平板の後座屈強度、第44回土木学会年次学術講演会講演概要集，1-10，1989年10月。

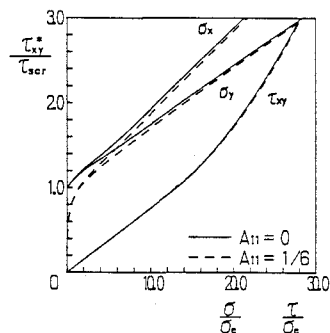


図-3 荷重と膜応力の関係

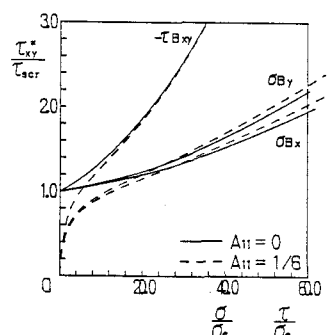


図-4 荷重と面外たわみによる
応力とたわみの関係

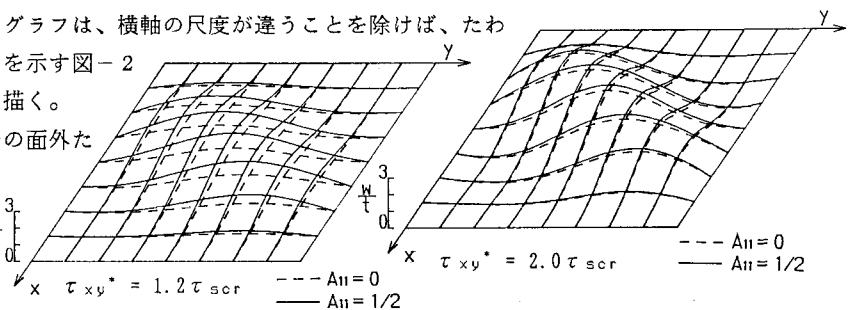


図-6 面外たわみ図