

I-34

等曲げを受ける平板パネルの座屈後不安定挙動

東北大学工学部 ○正 員 中沢 正利
 東北大学工学部 正 員 倉西 茂
 東北大学工学部 正 員 岩熊 哲夫

1. まえがき 板パネルが荷重を受けて弾性座屈した後の挙動は良く知られていない。特に後座屈領域での不安定挙動については、板の有限変形が深く関与する高次非線形問題となるため、これまでほとんど言及されることがない。Propped-cantilever columnでは、後座屈領域において不安定な現象が認められ、それが飛び移り座屈現象によるものであることが Hasegawa et al.¹⁾ によって報告されている。また藤井ら²⁾ は曲線プレートガーダーを構成する曲面パネルの弾性有限要素解析において、収束計算の著しく困難となる点の存在することを指摘した。そこで本研究では、等曲げを受ける四辺単純支持平板の単純な解析例を取り上げ、その座屈後不安定挙動の発生メカニズム解明を主要目的とした。ここでは塑性座屈は考慮せず、もっぱら二次元等方弾性体としての平板パネルを扱い、初期座屈後に生じる不安定挙動の解明に焦点を絞っている。

2. 解析法の概要 計算は、Karman-Marguerreの大たわみ微分方程式にGalerkin法を適用した準解析的解法^{3,4)} によった。等曲げを受ける四辺単純支持板の挙動を表わす支配方程式⁵⁾ は、次の様に示される。

$$(r^2 + \alpha^2 s^2) b_{rs} - \frac{48\alpha^2 M}{\pi^2 D} \sum_{n=1}^{n \neq s} (a_{mn} + b_{mn}) \frac{r^2 s n}{(n^2 - s^2)^2} [(-1)^{n+s} - 1] - 3(1 - \nu^2) \alpha^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{mn} + b_{mn}) \cdot$$

$$\cdot \{ [m(n+s) - n(m+r)]^2 \phi_{m+r, n+s} - [m(n+s) - n(m-r)]^2 \phi_{m-r, n+s} - [m(n+s) + n(r-m)]^2 \phi_{r-m, n+s}$$

$$- [m(n-s) - n(m+r)]^2 \phi_{m+r, n-s} + [m(n-s) - n(m-r)]^2 \phi_{m-r, n-s} + [m(n-s) + n(r-m)]^2 \phi_{r-m, n-s}$$

$$- [m(s-n) + n(m+r)]^2 \phi_{m+r, s-n} + [m(s-n) + n(m-r)]^2 \phi_{m-r, s-n} + [m(s-n) - n(r-m)]^2 \phi_{r-m, s-n} \} = 0,$$

where $r, s=1, 2, 3, \dots, \infty$.

板の面外たわみ w と初期たわみ w_0 は、四辺単純支持条件より

$$w = t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad w_0 = t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right).$$

と仮定した。ここで、 m, n はそれぞれ x, y 方向への半波の数、 t はパネル板厚である。また a_{mn} は初期たわみ、 b_{mn} は未知係数である。この b_{mn} に関する連立3次代数方程式を、Newton-Raphson法を用いて解いている。

3. 不安定挙動のメカニズム 図-1はモーメントと面外変位($x=0.35a, y=0.70b$ の代表的位置)の関係のパネル縦横比0.8の場合に対して示し、代表的な点での面外変形の形状を併記したものである。等曲げを受ける平板パネルはその最低次の分岐座屈荷重に達すると面外変位($m=1$)を生じ、荷重と共に変形も増大する。

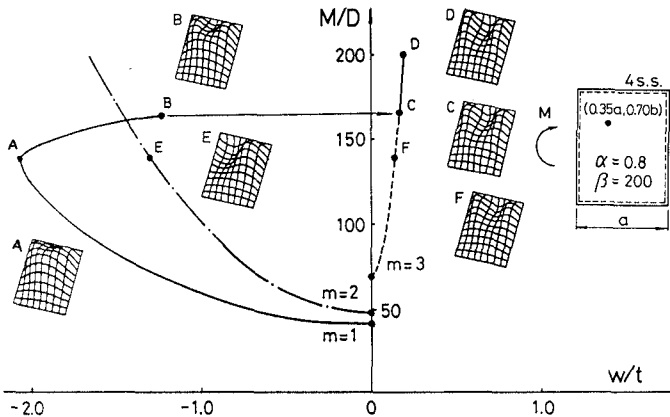


図-1 座屈後のつりあい経路と不安定挙動

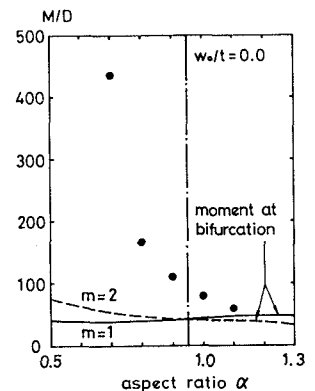


図-2 不安定現象の生じる範囲

しかし、ある荷重レベル以降は変形モードが変化し始めて $m=1$ から $m=3$ へと移行し、この時の収束計算中にはNewton-Raphson法のJacobian行列の行列式は負の値をとる。その後 $m=3$ で分岐した経路と合流し、安定した挙動となる。行列式が負の値をとるのは、 $m=1$ から $m=3$ へと移行する際に板パネルの圧縮部分で逆側へとたわみ、浅いアーチやシェルなどに見られる様な一種の飛び移り座屈現象が生じるためであると考えられる。また $m=2$ の経路は存在するものの、 $m=1$ から $m=3$ へと移行する経路とは関連せず、全く独立な経路である。

4. 不安定挙動の生じる範囲 図-2は初期たわみが無い場合に後座屈不安定挙動を示すモーメントの値を、パネル縦横比をパラメータとして示したものである。縦横比が0.7から1.1の範囲で不安定挙動の存在することが確認された。図中には分岐座屈荷重を併記している。縦横比が0.95を越える範囲では2半波モードの分岐座屈となるが、ここでは数値的に1半波モードの bmn 初期値を与えることにより不安定挙動を追跡した。また、縦横比0.5, 0.6では M/D が1000まで、また縦横比1.2, 1.3では M/D が200までの荷重内では不安定挙動の無いことが調べられている。

5. 初期たわみのあるパネルの場合 図-3は $m=1, n=1$ の1半波モードの初期たわみを有する平板パネルの後座屈挙動を示している。初期たわみが大きいものほど不安定点の荷重も高い。これは、曲線桁の曲率が大きいほど不安定現象は生じにくいという藤井らの指摘とも一致する。また、初期たわみがある場合には飛び移り現象の後 $m=3$ の経路に合流せず、1半波の初期たわみの影響を含む変形形状で安定する。図-4は初期たわみが2半波, 3半波の場合のモーメント荷重-変形関係を示している。(a)の2半波の場合、初期たわみが大きい($w_0/t \geq 0.1$)時には2半波分岐座屈モードに漸近するが、 $w_0/t=0.01$ では1半波分岐座屈モードに支配され、この範囲の中に両者を分けるポテンシャルの嶺が存在する。また、最終的に安定した経路は図-1で示した $m=3$ の変形とは異なる新しい経路である。同様に(b)の初期たわみ3半波の場合にも、 $w_0/t=0.5$ と0.1の間に境界がある。また $w_0/t=0.1$ の場合にも、新しい経路が出現している。この様に、平板の後座屈挙動は初期たわみの形状のみならず初期たわみの大きさにも大きく影響されている。

6. 参考文献

- 1) Hasegawa, A., Chaisomphob, T. and Iwakuma, T.: An elastic post-buckling behavior of propped-cantilever column, Tech. Note, Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE, Vol.4, No.1, pp.221s-224s, 1987.
- 2) 藤井・大村・上甲: 曲げを受ける曲線桁腹板パネルの弾性有限変位挙動、年次学術講演会概要集、I-48、昭和62年9月。
- 3) Timoshenko, S.P., Gere, J.M.: Theory of Elastic Stability, 2nd Ed., Chap.8,9, 1961.
- 4) 中沢・倉西・佐々木: 曲げとせん断を受ける鋼桁パネルの連成挙動の解析的解法、東北支部技術研究発表会、pp.48-49, 1989年3月。
- 5) 日高・中沢・倉西: 等曲げを受けるパネルの後座屈不安定挙動、東北支部技術研究発表会、pp.40-42, 1990年3月。

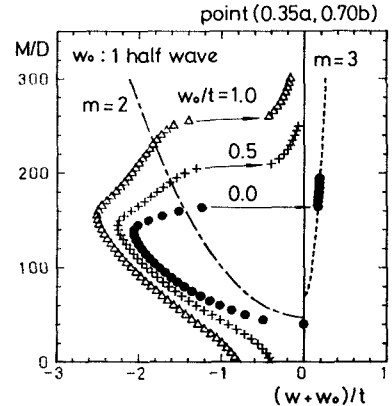


図-3 初期たわみを有する平板パネルの後座屈不安定挙動($m=1$)

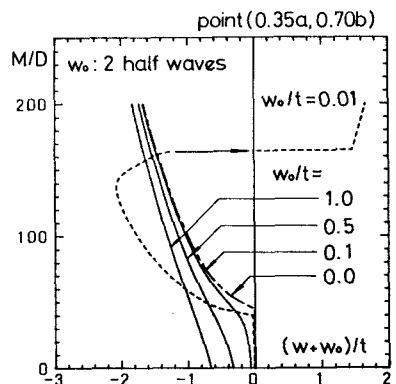


図-4(a) 初期たわみと後座屈挙動の関係($m=2$)

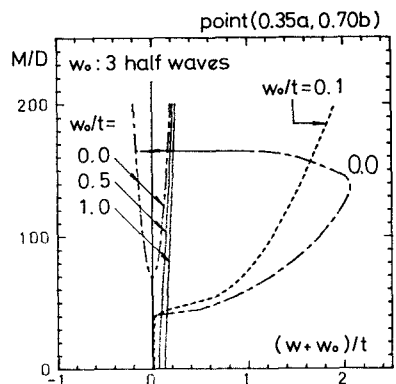


図-4(b) 初期たわみと後座屈挙動の関係($m=3$)