Ⅰ-13　時間依存座標系を用いた幾何学的非線形動的応答解析の計算効率

武蔵工業大学　正　員　増田陳紀　　日本道路公団　正　員　高橋広幸
武蔵工業大学　正　員　西脇威夫　　武蔵工業大学○学生員　平野健二

１．はじめに

幾何学的非線形性の比較的大きな動的問題に対する有限要素法の定式化は様々であり，慣性力の取り扱いだけでも，いくつか提案されている．著者らは，動的な問題に対して，要素座標系を媒介に用いた比較的わかりやすい有限要素定式化を提案してきた[1),2)]．文献１）では，要素座標系が時間増分ごとに更新され，かつ，時間増分内で一定であるものと仮定して慣性力を評価した．一方，文献２）では，文献１）で取り上げた要素座標系を用いて運動量を評価し，求められた運動量から慣性力を表現するときには要素座標系が時間依存性を有すると仮定し，慣性力評価を行った．文献２）では，慣性力評価の妥当性を示してはおらず，本研究では，理論解などとの検証が済んでいる文献１）の解析結果との比較を通じて，その妥当性を示すとともに，座標変換行列の時間依存性が解析に及ぼす影響について検討する．

２．座標変換行列の１次の時間微分項までを考慮した運動方程式

文献２）で提案されている１つの要素の運動方程式は，次のようなものである．ただし，減衰は無視する．

$$\mathbb{T}^T\mathbb{M}^*\mathbb{T}\ddot{\mathbb{u}}+\{\mathbb{T}^T\mathbb{M}^*\dot{\mathbb{T}}+\dot{\mathbb{T}}^T\mathbb{M}^*\mathbb{T}\}\dot{\mathbb{u}}+\mathbb{T}^T\mathbb{K}^*\{\mathbb{T}\mathbb{G}\mathbb{x}-\mathbb{T}_0\mathbb{G}\mathbb{x}_0\}=\mathbb{f} \tag{1}$$

ここで，$\mathbb{T}$，$\mathbb{M}^*$，$\mathbb{K}^*$，$\mathbb{G}$，$\mathbb{x}$，$\mathbb{f}$および$\mathbb{u}$は，それぞれ，全体座標系から要素座標系への座標変換行列，要素座標系における質量行列，要素座標系における剛性行列，座標系の原点を要素の第１節点に移動するためのシフト定数行列，一般化座標ベクトル，外力ベクトルおよび変位ベクトルである．上付きの・は時間に関する微分を，下付きの添え字 0は初期状態における緒量であることをそれぞれ表わす．

なお，実際の計算では増分形式の運動方程式を用いる．具体的な計算方法については，文献３）に述べられている．

３．座標変換行列の時間依存性が解析結果に与える影響

ここでは，上記の式（１）に従って解析をした場合と式（１）において$\dot{\mathbb{T}}=\mathbb{0}$と仮定して解析を行った場合との違いを検討するために，剛体回転と並進運動を行いつつ，同時に大きな変形も生ずるような問題として，Flying Spaghettiの問題を取り上げた．解析モデルおよび解析条件を図１に示す．なお，この問題では，要素数が 5, 10, 20のそれぞれの場合について解析を行ない，要素数による解析結果の違いも検討する．解析結果として，座標変換行列の時間依存性を無視した場合と考慮した場合のそれぞれについて，20要素を基準として変形形状の推移の比較を図２に示す．座標変換行列の時間依存性を考慮した場合には，10要素と20要素ではほとんど違いがなく， 5要素の場合でも，それを無視した場合に比べて差が小さい．このことから，座標変換行列の時間

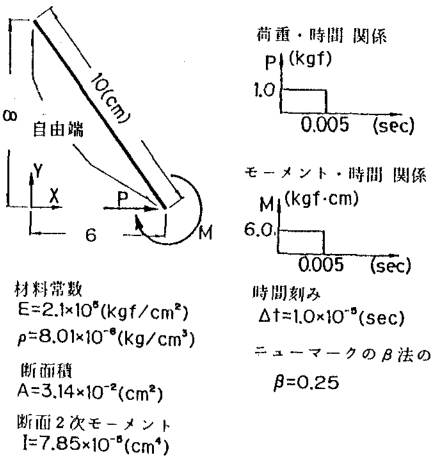
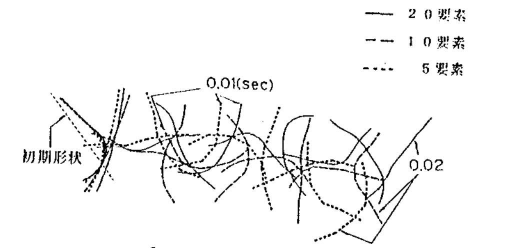


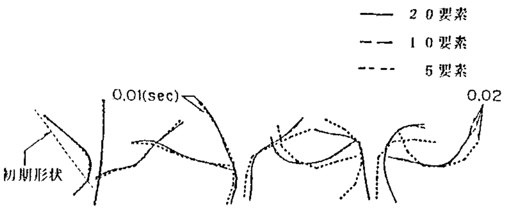
図１　解析モデルおよび解析対象条件

依存性を考慮した解析の方が相対的に要素分割数が解析結果に与える影響が少ないことがわかる．

また，20要素の場合の変形形状の推移の比較を図３に示す．これを見ると，座標変換行列の時間依存性を無視した場合と考慮した場合で解析結果が大きく異なっている．図４に，20要素モデルで座標変換行列の時間依存性を考慮した場合と80要素でそれを無視した場合の変形形状の推移の比較を示す．この場合には，座標変換行列の時間依存性を無視した場合と考慮した場合で解析結果がそれほど違わないことがわかる．以上のことから，この問題の場合，座標変換行列の時間依存性を考慮すれば，それを無視した場合の解析に比べ，より少ない要素分割で同程度の精度の解を得ることができるとわかる．逆に言えば，座標変換行列の時間依存性を無視しても，要素分割数を多くとることにより，それを考慮した場合と同程度の精度で解を得ることができる．



$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{0}$の場合



$\dot{\mathbf{T}} \neq \mathbf{0}$の場合

図２　２０要素を基準とした変形形状の推移の比較

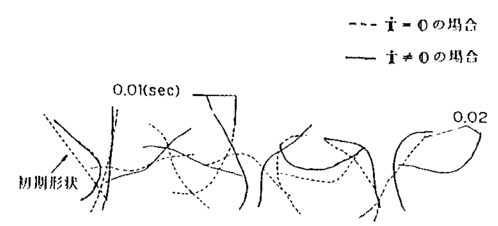


図３　２０要素の変形形状の推移の比較

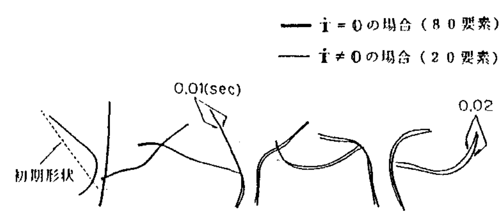


図４　定式化の違いと要素分割

４．おわりに

本研究では，定量的な結論をくだすには至っていないが，ここで取り上げた数値解析例に関して，定性的には次のようなことが言える．

（１）座標変換行列の時間依存性を考慮した場合には，それを考慮しない場合に比べて，少ない要素分割でも精度の高い解を得ることができ，要素分割数が解析結果に与える影響は少ない．

（２）座標変換行列の時間依存性を無視した解析では，要素分割数を細かくとることにより，それを考慮した解析の結果に一致する．

（３）座標変換行列の時間依存性を考慮した場合の計算時間は，それを無視した場合より多くなるが、少ない要素数で同程度の精度の解を得ることが出来るため全計算時間は、むしろ少なくなる。なお、解の収束性はどちらの場合もほぼ同程度である。

【参考文献】

１）Masuda,N., Nishiwaki,T. and Minagawa,M. : Nonlinear Dynamic Analysis of Frame Structures, Computers & Structures, Vol.27, No.1, pp.103-110, 1987.

２）増田陳紀・西脇威夫・皆川　勝・高橋広幸：幾何的非線形動的応答解析の一手法と平面骨組解析への応用，構造工学論文集，Vol.35A，pp.185-194，1989年3月．

３）増田陳紀・西脇威夫・皆川　勝・高橋広幸：減衰系の幾何的非線形動的応答解析ためのアルゴリズム，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第13巻，pp.467～472，日本鋼構造協会，平成元年７月．