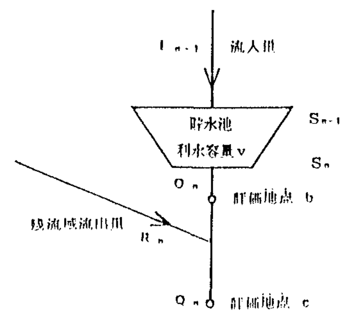
# Ⅳ-237 利水システムの渇水に対する信頼性の評価モデルに関する研究

広島県土木部 正 員 ○上野 正和
鳥取大学工学部 正 員 多々納裕一
鳥取大学工学部 正 員 岡田 憲夫

1．はじめに　利水計画の検討を行う際には、利水システムの渇水に対する安全性・信頼性の評価が必要である。岡田・河合ら[1]は評価地点流量が単純マルコフ連鎖としてとらえうる流域について信頼性分析という立場から各種評価指標の定義を行っている。本論文では、その発展として貯水池による流況調節を信頼性評価モデルに内生化した場合の信頼性評価法について考察する。

2．利水システムのモデル化　本研究では、図－1に示すような流域を想定し、利水用貯水池を含む利水システムの信頼性評価を行う。モデル化にあたって以下の仮定をおく。①ダムは利水のみを目的とする単一目的ダムとする。②流下時間は計算単位時間内におさまるとする。③ダム操作は残流域流出量を考慮して行われるものとする。④各地点で取水された水量は単位時間内に同地点に還流される。以上の仮定のもとで流域モデルを定式化すると表－1のようである。ただし、$A(R_n)=\max(d_b,\ d_c-R_n)$であり、各状態量は表－2～表－5に示すように離散値をとるとし、単位は単位時間当りの平均流量で統一している。




図－1　想定した流域モデル

表－1　流域モデルの定式化

連続式　$S_n-S_{n-1}=I_{n-1}-O_{n-1}$ ,  $Q_n=O_n+R_n$

放流方程式　$O_n=\alpha_n^{(1)}(S_{n-1}+I_{n-1})+\alpha_n^{(2)}A(R_n)+\alpha_n^{(3)}(S_n+I_n-v)$

貯水量方程式　$S_n=(1-\alpha_n^{(1)})(S_{n-1}+I_{n-1})-\alpha_n^{(2)}A(R_n)-\alpha_n^{(3)}(S_{n-1}+I_{n-1}-v)$

ただし、$0\leqq S_{n-1}+I_{n-1}<A(R_n)$ のとき $\alpha_n^{(1)}=1,\ \alpha_n^{(2)}=0,\ \alpha_n^{(3)}=0$

$A(R_n)\leqq S_{n-1}+I_{n-1}\leqq A(R_n)+v$ のとき $\alpha_n^{(1)}=0,\ \alpha_n^{(2)}=1,\ \alpha_n^{(3)}=0$

$A(R_n)+v<S_{n-1}+I_{n-1}$ のとき $\alpha_n^{(1)}=0,\ \alpha_n^{(2)}=0,\ \alpha_n^{(3)}=1$

$I_{n-1}$:期間［n-1, n］の貯水池への流入量、$S_{n-1}$:期間［n-1, n］の貯水量

$S_n$:期間［n, n+1］の貯水量、$O_n$:期間［n-1, n］の貯水池からの放流量

$R_n$:期間［n-1, n］の残流域流量、$Q_n$:期間［n-1, n］の地点cにおける流量

v:貯水容量、$d_b$:評価地点bでの必要流量、$d_c$:評価地点cでの必要流量

放流方程式・貯水量方程式より、貯水量の状態推移確率$Pr(S_n\mid S_{n-1},R_n)$及び放流量の条件付き確率$Pr(O_n\mid S_{n-1},R_n)$は、式(1)及び式(2)のように求まる。ここで、流入量及び残流域流出量がともに時点によらず時間的に独立な場合、貯水量$S_n$は単純マルコフ連鎖をなすから、定常状態における貯水量の状態生起確率は式(3)及び式(4)の連立方程式の解として求めることができる。なお、$Pr(S\mid S,R)$は式(1)で与えられ、$Pr(R)$は残流域流出量の定常生起確率である。また、流入量及び残流域流出量がともに時点によらず1期前の状態にのみ依存する場合を想定すると、$\{S_{n-1},I_{n-1},R_n\}$が単純マルコフ連鎖をなすため、この性質をもとに定常状態における貯水量の状態生起確率を求めることができる。

表－2　流入量状態の分類

| 状態 | 流入量 以上 | 流入量 未満 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.5 |
| 1 | 0.5 | 1.5 |
| 2 | 1.5 | 2.5 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $v+d_c$ | $v+d_c-0.5$ | $v+d_c+0.5$ |
| $v+d_c+1$ | $v+d_c+0.5$ | ∞ |

（単位：$m^3$/sec）

表－3　残流域流出量状態の分類

| 状態 | 残流域流出量 以上 | 残流域流出量 未満 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.5 |
| 1 | 0.5 | 1.5 |
| 2 | 1.5 | 2.5 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $d_c-d_b$ | $d_c-d_b-0.5$ | $d_c+d_b+0.5$ |
| $d_c-d_b+1$ | $d_c+d_b+0.5$ | ∞ |

（単位：$m^3$/sec）

表－4　放流量状態の分類

| 状態 | 放流量 以上 | 放流量 未満 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.5 |
| 1 | 0.5 | 1.5 |
| 2 | 1.5 | 2.5 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $d_c$ | $d_c-0.5$ | $d_c+0.5$ |
| $d_c+1$ | $d_c+0.5$ | ∞ |

（単位：$m^3$/sec）

表－5　貯水量状態の分類

| 状態 | 貯水量 以上 | 貯水量 未満 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.5 |
| 1 | 0.5 | 1.5 |
| 2 | 1.5 | 2.5 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| v-1 | v-1.5 | v-0.5 |
| v | v-0.5 | v |

（単位：$m^3$/sec）

3．信頼性評価指標の定式化　渇水に対する利水システムの信頼性は、渇水の頻度・期間・規模の3つの側面より総合的に評価することが望ましい。ここで、信頼性評価指標の定義に先立って「渇水状態」，「正常状態」及び「渇水レベル」という概念を定義しておこう。まず、正常状態とは当該時点において流域内の各評価地点において必要流量が満たされている状態であ

ると定義する。一方、渇水状態とは当該時点において流域内の各評価地点のうち、必要流量が満たされていない地点が存在する状態であると定義する。次いで、渇水レベルを定義しておく。これは、当該時点において流域内の各地点で不足している水量の最大値として与えられる。以下、利水システムの渇水に対する信頼性を評価するための指標を提示する。この際、当該利水システムの長期間にわたる平均的な信頼度特性の把握が可能なように、定常状態おける評価指標の算定法について考察する。

（１）渇水状態生起確率ＰＦ(x)：渇水レベルｘ以上の渇水の生じる確率を示し、式(5)によって与えられる。

（２）期待渇水継続期間長ＥＤ(x)：ある時点で初めて渇水レベルがｘを越す渇水になったとき、その後渇水レベルｘ以上の渇水が継続する期間の平均値であり、式(6)によって与えられる。なお、流入量及び残流域流出量が時間的に独立な場合は式(10)をもとに、１期前の状態にのみ依存する場合は式(11)～(13)をもとに算定される。

（３）再現期間ＲＰ(x)：定常状態において、渇水レベルｘ以上の渇水が生じてから、再び渇水レベルｘ以上の渇水が生じるまでの平均的な期間を示し、式(7)で与えられる。

（４）渇水頻度ＦＲ(x)：渇水レベルｘ以上の渇水の生起頻度で式(8)で与えられる。

（５）期待不足水量ＥＦ(x)：１期当りに不足する水量の平均値を示し、式(9)で与えられる。

**４．モデル分析**　計算時間を半旬とし、流入量及び残流域流出量がともに時点によらず時間的に独立な対数正規分布に従うと仮定して上述した信頼性評価モデルを用いて中小河川流域を想定した数値計算を行った。計算結果の一部を表－６～表－９に示す。結果の考察等詳細については講演時に譲ることとする。

[参考文献] 1)岡田、河合、上野、浦辻：水利システムの信頼性評価モデルに関する基礎的研究、第40回土木学会中国四国支部研究発表会講演概要集、1988年５月

$$
\Pr(S_n=s_n \mid S_{n-1}=s_{n-1}, R_n=r_n) = \begin{cases} \Pr(0 \leqq I_{n-1} \leqq A_n - s_{n-1} \mid R_n=r_n) & : s_n=0 \text{ のとき} \\ \Pr(I_{n-1} = A_n - s_{n-1} + s_n \mid R_n=r_n) & : 0<s_n<v \text{ のとき} \\ \Pr(I_{n-1} \geqq A_n - s_{n-1} + v \mid R_n=r_n) & : s_n=v \text{ のとき} \end{cases} \tag{1}
$$

$$
\Pr(O_n=o_n \mid S_{n-1}=s_{n-1}, R_n=r_n) = \begin{cases} \Pr(I_{n-1} = o_n - s_{n-1} \mid R_n=r_n) & : 0 \leqq o_n < A(r_n) \text{ のとき} \\ \Pr(o_n - s_{n-1} < I_{n-1} < o_n - s_{n-1} + v \mid R_n=r_n) & : o_n = A(r_n) \text{ のとき} \\ \Pr(I_{n-1} \geqq o_n - s_{n-1} + v \mid R_n=r_n) & : A(r_n) < o_n < d_c+1 \text{ のとき} \\ \Pr(I_{n-1} \geqq d_c - s_{n-1} + v \mid R_n=r_n) & : o_n = d_c+1 \text{ のとき} \end{cases} \tag{2}
$$

$$
\Pr(S=s) = \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} \sum_{s=0}^{v} \Pr(S=s \mid S=s, R=r) \cdot \Pr(R=r) \cdot \Pr(S=s) \tag{3}
$$

$$
\sum_{s=0}^{v} \Pr(S=s) = 1 \tag{4}
$$

$$
PF(x) = \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} \Pr(O=A(r)-x \mid S=s, R=r) \Pr(S=s) \Pr(R=r) \tag{5}
$$

$$
ED(x) = \sum_{t=0}^{\infty} \overline{F}(t, x) \tag{6}
$$

$$
RP(x) = \frac{T \cdot ED(x)}{PF(x) \cdot T} = \frac{ED(x)}{PF(x)} \tag{7}
$$

$$
FR(x) = \frac{1}{RP(x)} = \frac{PF(x)}{ED(x)} \tag{8}
$$

$$
EF = \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} \sum_{x=0}^{A(r)} \Pr(O=A(r)-x \mid S=s, R=r) \Pr(S=s) \Pr(R=r) \tag{9}
$$

$$
\overline{F}(t, x) = \left\{ \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} \Pr(I<A(r)-x \mid R=r) \Pr(R=r) \right\}^{t} \tag{10}
$$

$$
\overline{F}(t, x) = \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} \sum_{i=0}^{A(r)} \{ \overline{H}(t-1, x \mid i, r) \Pr(I=i, R=r) \} \tag{11}
$$

$$
\overline{H}(0, x \mid i, r) = \begin{cases} 1 : i<A(r)-x \text{ のとき} \\ 0 : i \geqq A(r)-x \text{ のとき} \end{cases} \tag{12}
$$

$$
\overline{H}(t, x \mid i, r) = \sum_{j=0}^{d_c-d_b+1} \sum_{k=0}^{A(j)} \overline{H}(t-1, x \mid k, j) \cdot \Pr(I_n=k, R_{n+1}=j \mid I_{n-1}=i, R_n=r) \tag{13}
$$

表－６　渇水状態生起確率（ＰＦ）

| $\mu_I$ | １．５ | | ２．５ | | ３．５ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 残流域流出量 | | 残流域流出量 | | 残流域流出量 | |
| $\mu_R$ | 考慮 | 未考慮 | 考慮 | 未考慮 | 考慮 | 未考慮 |
| １．５ | 0.205 | 0.51 | 2.10E-4 | 0.20 | 7.03E-10 | 0.10E-4 |
| ２．０ | 0.034 | 0.40 | 2.88E-7 | 0.14 | 1.23E-11 | 0.74E-5 |
| ２．５ | 7.73E-4 | 0.29 | 6.42E-10 | 0.11 | 1.41E-13 | 0.82E-5 |

($v$=15, $d_b$=0, $d_c$=3, $\rho^2$=0.40, $\sigma_I{}^2$=2.00, $\sigma_R{}^2$=2.50)

表－７　再現期間（ＲＰ）

| $\mu_I$ | １．５ | | ２．５ | | ３．５ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 残流域流出量 | | 残流域流出量 | | 残流域流出量 | |
| $\mu_R$ | 考慮 | 未考慮 | 考慮 | 未考慮 | 考慮 | 未考慮 |
| １．５ | 11 | 4 | 6714 | 7 | 1.62E9 | 1.15E5 |
| ２．０ | 52 | 4 | 4.38E6 | 9 | 8.62E10 | 1.40E5 |
| ２．５ | 1850 | 5 | 1.82E9 | 11 | 7.23E12 | 1.20E6 |

($v$=15, $d_b$=0, $d_c$=3, $\rho^2$=0.40, $\sigma_I{}^2$=2.00, $\sigma_R{}^2$=2.50)

表－８　期待不足水量（ＥＦ）

| $\mu_I$ | １．５ | | ２．５ | | ３．５ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 残流域流出量 | | 残流域流出量 | | 残流域流出量 | |
| $\mu_R$ | 考慮 | 未考慮 | 考慮 | 未考慮 | 考慮 | 未考慮 |
| １．５ | 0.12 | 0.32 | 6.2E-5 | 0.075 | 8.1E-11 | 1.27E-6 |
| ２．０ | 0.013 | 0.18 | 4.5E-8 | 0.028 | 1.6E-12 | 1.1E-6 |
| ２．５ | 2.3E-4 | 0.11 | 3.8E-11 | 0.006 | 1.1E-14 | 7.7E-7 |

($v$=15, $d_b$=0, $d_c$=3, $\rho^2$=0.40, $\sigma_I{}^2$=2.00, $\sigma_R{}^2$=2.50)