

IV-154 閉じた線形都市における交通費用の比較静学:最善と次善

熊本大学大学院 学生員 O 柿本 竜治
熊本大学工学部 正 員 安藤 朝夫

1. はじめに

NU E型の単一中心都市を用いた比較静学としては、W. C. Wheaton¹⁾の論文が有名であるが、その中の closed cityにおける交通費に関する比較静学において誤りがみられる。そこで、まずはじめに一般関数を用いてこの部分の比較静学を行ない、次に安藤、今林²⁾が定式化を行なった closed cityの次善モデルにおいて交通条件変化後の旧市街地における空き地の出現パターンを示す。また、同モデルを用いて人口水準が異なる都市において、同じような交通条件変化が起こった場合にどのような相違が生ずるかを比較静学を行ない検討する。

2. closed city の最善解の比較静学

標準的なNU E型の単一中心都市を考える。全ての世帯は同質であり、CBDに通勤することによってY円の所得を得て、これをニュメレール財zと住宅財qの消費及び通勤費D(r)の支払いに充てる。世帯の効用関数を $u=u(z, q)$ とし、地点rでの利用可能面積をL(r)とすれば、最善都市の均衡問題は以下のように表される。

〔均衡問題A〕i) 世帯: 所得Yと地代R(r)のもとで、効用を最大化する立地点及び財の組合わせを選択する。

$$(z, q) \underset{r}{\max} \{u(z, q) \mid z + R(r)q + D(r) \leq Y\} \quad (1)$$

ii) 地主: 各地点で土地からの収益を最大化するように宅地を供給する。(R_Aは農業地代)

$$\max_L \{(R(r) - R_A) * L \mid L \in [0, L(r)]\} \quad (2)$$

この時、均衡解では都市内(人口密度 $n(r) \geq 0$ な地点r)において、以下の条件が満たされる。

$$R(r) = -z_q(q(r), u) \quad (3a)$$

$$R(r) = (Y - D(r) - z(q(r), u)) / q(r) \quad (3b)$$

ここにUは均衡効用であり、 $z(q(r), u)$ はUに対す $I_1 = R_1 q_1 + Z_1$ と表される。このとき次の性質が成り立つ無差別曲線である。比較静学分析にあたっては、つ。

無差別曲線および通勤費用関数の形状について以下〔性質2〕仮定1, 2のもとで $U_0 < U_1$ のとき、 r_c における仮定を設ける。

〔仮定1〕i) 準凹性: $Z_q < 0$, $Z_{qq} > 0$

ii) 非飽和性: $Z_u > 0$ iii) 通常財: $Z_{qu} < 0$

〔仮定2〕 $D(r) > 0$, $D(r) \leq 0$, $D(r_c) \geq 0 (= \text{const})$
ここに、 r_c はCBDの境界位置である。さらに都市の形状について次の仮定を設ける。

〔仮定3〕i) $L(r) = 1$, ii) $r_c \geq 0$

仮定1, 2, 3のもとで通勤費D(r)の変化に関する、closed cityの比較静学分析を行なう。

一般に、所得Yと通勤費D(r)に関する導関数は反対の符号を有する。今、地点rにおける可処分所得を $I(r) = Y - D(r)$ とすると $dI/dY = -dI/dD$ であることより $dU/dY = -dU/dD$ が得られる。そこで、 $dU/dD < 0$ であることを示すために $dU/dY > 0$ を示す。

証明) CBD境界 r_c の外側の都市は都市居住者で満たされていなければならないから、人口をNとすると次式が成り立つ。

$$N = \int_{r_c}^{r_f} \frac{1}{r_c q(r)} dr = - \int \frac{dR(r)}{dr} / \frac{dD(r)}{dr} dr \quad (4)$$

(4)式を部分積分すると、
 $-N = R(r_f)/dD(r_f) - R(r_c)/dD(r_c)$

$$+ \int R(r) \frac{d^2 D(r)}{dr^2} / \left(\frac{dD(r)}{dr} \right)^2 dr \quad (5)$$

$R(r_f) = R_A$ とおき、(5)式を全微分した結果より次式が得られる。 $dU/dY = \{ \frac{\partial R(r)}{\partial Y} \frac{d^2 D(r)}{dr^2} / \left(\frac{dD(r)}{dr} \right)^2 dr$

$$* \frac{dD(r_c)}{dr} - \frac{\partial R(r_c)}{\partial Y} \} / - \frac{\partial R(r_c)}{\partial U} > 0 \quad (6)$$

(3b)式より $\partial R(r)/\partial Y > 0$, $\partial R(r)/\partial u < 0$ であることと、仮定2から $dU/dY > 0$ である。

〔性質1〕仮定1, 2, 3のもとで、Closed cityにおける通勤費の低下に伴い世帯の効用水準Uは上昇する。

次に〔性質1〕を用いて r_c における比較静学を行なう。交通条件変化による都市内の通勤費の低下に

に伴い効用水準が U_0 から U_1 に上がったとき r_c における

交通費を除いた可処分所得はそれぞれ、 $I_0 = R_0 q_0 + Z_0$ 、

このとき次の性質が成り立つ無差別曲線である。比較静学分析にあたっては、つ。

〔性質2〕仮定1, 2のもとで $U_0 < U_1$ のとき、 r_c において $R_0 > R_1$, $q_0 < q_1$ である。

交通条件変化による通勤費の低下に伴い都心外縁での地代は上昇し、また世帯の宅地面積は広がる。(表-1参照)これは、安藤、今林²⁾が行なった C-D型効用関数を用いた場合と比較すると宅地面積の変化率 $q(r)$ を除いて同様の結果が得られた。

表-1 比較静学(最善都市)

	closed	
	一般	C-D
$R(r)$		
$R(r_0)$	(+)	+
$\hat{R}(r)$		
$q(r)$		
$q(r_0)$	(-)	-
$\hat{q}(r)$		+
r_f	-	-
U	(-)	-
N	(固定)	

3. closed cityの次善解の比較静学

交通条件変化前における住宅ストックを固定した上で交通条件が変化した場合、変化後において都市がどのような形状をもつかを分析することが広義の次善問題である。次善解の比較静学を行なう場合、一般関数形のままでは解析することが非常に困難であるので仮定 1 を満たす関数として Cobb-Douglas 型の効用関数を採用し、さらに線形の通勤費を仮定する。(※ 次善解、0 旧市街地、1 新市街地)

[仮定 4] $U(z, q) = \alpha \log z + \beta \log q$, $\alpha, \beta > 0$ (7)

[仮定 5] $D(r) = tr$, $t > 0$ (8)

変化前の都市境界距離を r_{f0} 、宅地面積を $q_0(r)$ 、 $r \in [r_0, r_{f0}]$ となると、ストック固定の次善問題は以下のように表される。

[均衡問題 B] i) 世帯: 旧市街地では与えられた $q_0(r)$ のもとで効用を最大化する。

$$\max_{z \geq 0, r} \{u(z, q) | z + R(r)q + D(r) \leq Y, q = q_0(r), r \in [r_0, r_{f0}]\} \quad (9)$$

新市街地では、(1)式に従う。ただし、 $r \in [r_{f0}, r_{f1}]$

ii) 地主: (2)式に同じ。ただし、 $L \in [0, 1]$

この時、仮定 3, 4, 5 のもとで $t_1 < t_0$ のとき、以下の性質が成り立つことが判っている²⁾。

[性質 3] $\hat{R}(r) < 0$, $q_0(r) = q_0(r)$, $\hat{q}(r) > 0$

[性質 4] 通条件変化後の次善都市の効用水準 U^* は、変化前の効用水準 U_0 より高い。

[性質 5] $r \geq r_{f1}$ において $U^* \geq U_1$ とともに以下の性質が成り立つ。(複号同順)

i) $R(r) \geq R_1(r)$, ii) $q(r) \leq q_1(r)$, iii) $r_{f1} \geq r_{f1}$

今回は、旧市街地での次善地価関数の形状を見る為に $R(r)$ の 2 回導関数をとってみたところ以下のようことが明らかになった。

旧市街地($r_0 < r < r_{f0}$)の任意の r において $\hat{R}(r) > 0$ ならば $\hat{R}(r) < 0$ であり、また任意の r において $\hat{R}(r) < 0$ であれば r' なる r' において $\hat{R}(r') \leq 0$ である。この性質より旧市街地において空き家のできるパターンは次の 3通りであるといえる。

[性質 6] 仮定 3, 4, 5 のもとで、 $t_1 < t_0$ 旧市街地において、i) 都心側にのみ空き家ができる。ii) 旧都市境界側にのみ空き家ができる。iii) 都心側と旧都市境界側の両方に空き家ができる。

次に、人口水準が次善都市に与える影響について考える。旧市街地において世帯が R_A に等しい地代で土地を手に入れる事が出来る時、達成される効用水準の exponential を $A(r)$ とする。この時、 $A(r)$ は空き家 flag に用いる事が出来る。たとえば、 $A(r) < e^{U^*}$ であるとき $R_0(r) < R_A$ である。

また、すべての $r \leq r_{f0}$ について $dA(r)/dN < 0$ であり、仮定 3 を考えると、 $q(r)$ は人口 N の関数として書き換える事ができ、 $dq_0(r)/dN < 0$ である。ここで、2つの人口水準 $N^a < N^b$ があるときこれに対応する次善効用水準を $U^{*a} \leq U^{*b}$ と仮定する。その時、人口水準 N^b の都市の空き家区間が広がる。

$$\{r | A^a(r) < e^{U^{*a}}\} \subset \{r | A^b(r) < e^{U^{*b}}\}$$

また $q_0(r) > q_0(r)$ であるから旧市街地から流出する人口 N_1 は N^a の方が少ない。 $N_1^a < N_1^b$

今、 N^a, N^b に対応する新市街地の効用水準をそれぞれ U^{*a}, U^{*b} として比較すると、 $U^{*a} < U^{*b}$ である。

しかし、新市街地における均衡効用は旧市街地のそれと一致しなければならないから、これは仮定に矛盾する。そこで、 $N^a < N^b$ であるとき $U^{*a} < U^{*b}$ でなければならない。

[性質 7] 仮定 3, 4, 5 のもとで $t_1 < t_0$ のとき、

$$i) dU^*/dN < 0, ii) dR^*/dN > 0, iii) dq^*/dN < 0,$$

$$iv) dr_{f1}^*/dN > 0$$

4. おわりに

今後の課題は、交通条件変化前の交通費 t_0 、変化の比率 t_1/t_0 、農業地代 R_A 、支出比率 α, β の相違が closed city の次善解にどのような影響を与えるかをつきりさせるとともに、より現実に近いモデルの定式化を行うことにある。

参考文献

1) W. C. Wheaton (1974) "A Comparative Static Analysis of Urban Spatial Structure". JET. Vol. 9. No. 2

2) 安藤、今林 (1987): "交通条件変化と都市形態: ストックの耐久性を考慮した次善問題", 土木計画学研究・論文集 No. 5