Ⅳ-35　　確率均衡配分モデルにおけるθの推定方法

九州東海大学　正　員　溝上　章志

1．はじめに

経路選択結果が Wardrop均衡状態になるためには、①確定的効用最大経路選択、②完全情報、③集計的行動という３つの仮説が成立していなければならない。しかし、現実にはこれらがすべて成立しているとは考えられず、実際の交通はランダムな経路選択と等時間経路選択との中間に位置するような状態で均衡していると考えられる。このような均衡状態を表す均衡配分モデルとしては、Fisk[1]やSheffi[2]らによって開発された確率均衡配分モデルがある。近年、このモデルに関する幾つかの理論的研究や実用可能性についての実証的研究が行われているが、このモデルが実際の配分プロセスに用いられないのは、計算方法の難易さ以上に、モデルのなかのパラメータの値を設定することが容易でないためである。

本研究では、Fiskが提案した Logit型の確率経路選択規範を満足する確率均衡配分モデルのなかのパラメータθを、リンク交通量の観測値を用いて現実の経路選択結果に最も適合するように推定する方法を提案する。

2．リンク交通量推定値へのθの影響

よく知られているとおり、Fiskが提案した確率均衡配分モデルは以下の最適化問題［Ｐ］で定式化される。

$$\min : Z = \frac{1}{\theta}\sum_{ij}\sum_{k} h_{ijk}\ln h_{ijk} + \sum_{a}\int_{0}^{v_a} t_a(v)\,dv \qquad (1)$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{k} h_{ijk} = t_{ij} \qquad \forall i,j$$

$$h_{ijk} \geqq 0 \qquad \forall i,j,k$$

$$v_a = \sum_{ij}\sum_{k} \delta_{ijka} h_{ijk} \qquad \forall a$$

ここで、h_{ijk} はijＯＤペア間第ｋ経路の経路交通量、t_{ij}はijペア間のＯＤ交通量、$t_a(v)$はリンクコスト関数、δ_{ijka}はリンクａがijＯＤペア間第ｋ経路に含まれれるとき１をとるダミー変数である。この最適化問題の解が確率均衡配分交通量を与えるのは、［Ｐ］のKuhn-Tucker 条件より、最終的に

$$h^*_{ijk} = t_{ij}\,p^*_{ijk} = t_{ij}\frac{\exp(-\theta\, c^*_{ijk})}{\sum_{l}\exp(-\theta\, c^*_{ijl})} \qquad (2)$$

なる条件が導かれることから明らかである。ここで p_{ijk} はijＯＤペア間第ｋ経路の選択確率、c_{ijk} は$c_{ijk}=\sum_{a}\delta_{ijka}t_a(v_a)$を満たすijＯＤペア間第ｋ経路のコストであり、＊はその均衡値を示す。式（２）から分かるように、式（１）のθは所要時間を効用のスケールに変換するパラメータの役割を果す。$\theta\to\infty$であると式（１）のＺの第１項が０に近づき第２項が卓越することから［Ｐ］は Wardrop均衡問題と等価となり、$\theta\to 0$であるとＺの第１項の経路交通量に関するエントロピー項が卓越するため、経路交通量に関して等確率な配分問題となる。このことは式（２）からも明らかである。このように、θの値は配分交通量の推定値に影響を与えることは理論的にも明らかである。θに対する配分交通量推定値の感度をモデルネットワークにより分析した結果、以下のことが明らかになった。①Fiskモデルによる解は Wardrop均衡解とはかなり異なる。②θに対する感度は配分される交通量が大きいリンクほど大きい。③$0<\theta\leqq 0.5$ の範囲でリンク交通量は大きく変動し、$\theta\geqq 0.5$ では推定値に大きな変化はない。④配分される総トリップ数はθに対するリンク交通量の感度に影響を与える。これらの結果より、実際の交通量配分プロセスにFiskのモデルを用いる場合にはθの値を正確に設定しておく必要があるといえる。

3．Fiskモデルにおけるθ値の推定方法

次の変数を定義する。q_{ija}:ij間ＯＤ交通量のうちリンクａを利用する交通量、r_{ija}:ij間のＯＤ交通量がリンクａに生起する先験確率、p_{ija}:ij間のＯＤ交通量がリンクａを選択する確率。このとき、

$$v_a = \sum_{ij} q_{ija} = \sum_{ij} t_{ij}\,p_{ija} \qquad (3)$$

$$p_{ija} = \sum_{k} \delta_{ijka}\,p_{ijk} \qquad (4)$$

の関係が成立する。いま、リンクａにおけるq_{ija}の構成の仕方を確率的にとらえ、最も起こりやすい状態でリンクａ上の各ＯＤ交通量q_{ija} の組み合せが生起していると考える。このときにリンク交通量v_a が得られる同時生起確率$P(v_a)$ は

$$P(v_a)=\frac{v_a!}{\prod_i\prod_j q_{ija}!}\prod_i\prod_j (r_{ija})^{q_{ija}} \tag{5}$$

で表される。ここで、

$$q_{ija}=\sum_k \delta_{ijka} h_{ijk}=\sum_k \delta_{ijka} t_{ij} p_{ijk} \tag{6}$$

である。交通量を観測した全てのリンク a（a＝1,・・・,m）上で q_{ija} が最も起こりやすい状態で生起しているときの q_{ija} は

$$\max:\quad F_a=\prod_a^m P(v_a) \tag{7}$$

より求められる。問題を簡単にするために式(7)の両辺の対数をとり、これにスターリングの公式を用いて変形すると、この問題は以下の最適化問題と同値となる。

$$\min:\quad I=\sum_a\sum_i\sum_j q_{ija}\ln\left(\frac{q_{ija}}{v_a\cdot r_{ija}}\right) \tag{8}$$

いま、Fiskモデルのように経路選択確率がロジットモデルで表されるとき、式(6)より

$$q_{ija}=\sum_k \delta_{ijka} t_{ij}\frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ijl})} \tag{9}$$

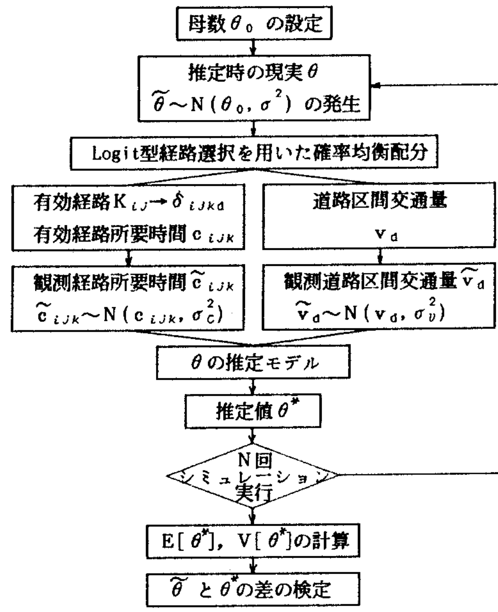
となることから、上の問題は、

$$\min: F(\theta)=\sum_a\sum_i\sum_j \left\{\sum_k \delta_{ijka} t_{ij}\frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ijl})}\cdot\ln\left[\frac{\sum_k \delta_{ijka} t_{ij}\frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ijl})}}{v_a\cdot r_{ija}}\right]\right\} \tag{10}$$

となる。ここで t_{ij} は既知である。また、ijOD間の有効経路が限定できれば δ_{ijka} は決まり、 c_{ijk} は有効経路上の所要時間の実測から得られる。したがって、ij間OD交通量 t_{ij} がリンク a を選択する確率（道路区間利用率） p_{ija} を用いて、 r_{ija} を

$$r_{ija}=t_{ij}p_{ija}\Big/\sum_i\sum_j t_{ij}p_{ija} \tag{11}$$

などの方法で先験的に与えることができれば、実際のリンク交通量観測値に最も適合するような q_{ija} を規定するパラメータ θ は、交通量観測道路リンクにおける観測リンク交通量 $\tilde{v}_a$ （a＝1,・・・,m）と有効経路所要時間観測値 $\tilde{c}_{ijk}$ を式(10)に代入したときの目的関数 $F(\theta\mid\tilde{v}_a, \tilde{c}_{ijk})$ の最小化問題の解と



図－1　シミュレーションの方法

して求めることができる。このモデルはリンク交通量観測値からOD交通量を推定するときに用いられる情報量最小化法[3]を応用したものである。

この問題の最適性の条件は

$$\partial F/\partial\theta=0 \tag{12}$$

となり、解は式(12)の θ についての非線形方程式を解くか、式(10)の最小化問題を θ について直接解くことによって得られる。

4．推定方法の適用可能性分析

推定された θ を確率均衡配分モデルに用いる場合には、①実測道路区間の数と位置、② $\tilde{v}_a$ や $\tilde{c}_{ijk}$ の観測精度、③有効経路 K_{ij} と先験確率 r_{ija} の与え方などに対して、提案した θ の推定方法の推定特性を明らかにしておく必要がある。そこで、モデルネットワークにおいて、図－1に示すようなシミュレーションにより推定精度の検討を行った。詳細については、講演時に発表する。

参考文献

1)Fisk,C.: Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment,Transpn.Res.-B,Vol.14B,pp.234-255,1980.
2)Sheffi,Y: Urban Transportation Networtks; Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Method,Prentice-Hall,1985.
3)Van Zuylen,H.J. & L.G.Willumsen: The Most Likely Trip Matrix Estimated from Traffic Counts, Transpn.Res.-B, Vol.14B,pp.281-293,1980.