土木学会第44回年次学術講演会（平成元年10月）

# Ⅳ-30　ネットワーク均衡モデルの逆解析によるパラメータ推定問題

東京大学工学部　学生会員　　赤松　隆
東京大学工学部　学生会員　○ 高木　淳

## 1．はじめに

ネットワーク配分計算に用いられるリンクコスト関数のパラメータは，概念的には，“リンク所要時間”と“リンク交通量”を計測し，その関係から決められるものである．しかし，均衡配分における静的定常的状態の仮定と実際の交通量の変動特性との矛盾から，日交通量の配分のような長時間の分析を行う際には，“リンク所要時間”や“リンク交通量”が，あいまいとなり，計測結果から一意的に決めることが困難となる．そのため，現場では，Q－V曲線を勘案しつつ，配分結果がほどほどあうように経験的に決めているというのが実状である．また，著者らは，鉄道列車ダイヤ上での通勤旅客流の分析にネットワーク均衡モデルを適用したが，その際のリンクコストは混雑・待ち・乗り換え等に伴う不効用という感覚量であるため，物理的な所要時間のように直接計測することはできず，実測リンク交通量のみからリンクコスト(不効用)関数パラメータを推定する必要が生じた．そのために，このパラメータ推定問題を，配分モデルによる推定交通量と実測交通量の残差二乗和最小化を上位問題，均衡交通量配分を下位問題とする二段階最適化問題として定式化してパラメータ値を求めたが，この方法では，均衡交通量推定のための収束計算を多くのパラメータ値の組合せに対して行うため，計算に膨大な手間を要し，実用性の面で問題が残る．

このように，ネットワークモデルのリンクコスト関数パラメータを合理的にかつ少ない計算量（できれば均衡配分１回分程度）で推定する方法を開発することは，実用面での必要性も高く，重要であると考えられる．そこで本稿では，ネットワーク均衡モデルの逆解析という観点から，(リンクコスト関数・需要関数)パラメータ推定問題の枠組み設定・分類および，その簡単な分析結果の報告をおこなう．

## 2．問題の枠組みと分類

ネットワーク均衡モデル逆解析の基本的な考え方は，与えられるデータは均衡モデル(条件式)と完全に整合的であると仮定し，そのデータを代入した均衡条件式を解くことにより未知パラメータ等を推定しようというものである．ここでは，需要変動型の利用者均衡ネットワーク配分モデルをもとに，このモデルの未知変数のとりかたを変えることによってできる種々の場合に対応した問題の設定・分類をおこなう．リンク交通量ベクトルを$\mathbf{x}$，リンクコスト関数ベクトルを$\mathbf{t}(\mathbf{x})$，そのパラメータベクトルを$(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$と書き，ＯＤ交通量ベクトルを$\mathbf{q}$，逆需要関数ベクトルを$\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q})$，そのパラメータベクトルを$(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})$，経路交通量および経路コストベクトルを$\mathbf{f}$，$\mathbf{C}$，と書くと需要変動型利用者均衡モデルは以下の様に表現される．

$$f_k^{rs}(C_k^{rs}-u_{rs})=0,\qquad C_k^{rs}-u_{rs}\geq 0 \quad \cdots\cdots(1),(2)$$

$$q_{rs}[u_{rs}-D_{rs}^{-1}(q_{rs},\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})]=0,\qquad u_{rs}-D_{rs}^{-1}(q_{rs},\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})\geq 0 \quad \cdots\cdots(3),(4)$$

$$q_{rs}-\sum_k f_k^{rs}=0,\quad \mathbf{x}=\Delta\ \mathbf{f},\quad \mathbf{C}=\Delta'\ \mathbf{t}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}),\quad \mathbf{q}\geq 0,\quad \mathbf{f}\geq 0 \quad \cdots\cdots(5)\sim(9)$$

ここに，Δは経路－リンク結合行列である．通常の予測配分計算ではパラメータベクトル$(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$と$(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})$の値を与え，$\mathbf{x}$と$\mathbf{q}$を未知変数として解くが，ここでは，(1)～(9)の均衡条件を完全に満たした４種の変数ベクトル$\{\mathbf{x},\ \mathbf{t}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}),\ \mathbf{q},\ \mathbf{u}(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})\}$のうち，いくつかのベクトルを既知，残りを未知変数とする問題を考える．２種の変数ベクトルを既知とする組合せは以下の６つである：

①$\mathbf{q}$と$(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$，②$\mathbf{q}$と$(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})$，③$\mathbf{x}$と$(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$，④$\mathbf{x}$と$(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})$，⑤$\mathbf{x}$と$\mathbf{q}$，⑥$(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$と$(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\eta})$．

①は，パーソントリップ調査等によりわかっている過去のＯＤ交通量および道路特性から決めたリンクコスト関数パラメータを用いて，予測配分計算をおこなう場合に対応する．②は過去のＯＤ交通量および需要関

数パラメータの時間的移転性を仮定した予測配分計算であるが（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$）も未知変数として求められる．③④は，観測リンク交通量からのＯＤ表推定問題の一種であるが，特に④はリンクコスト関数パラメータを未知としており，マストラ等も含んだネットワークの解析を考慮した問題となる．⑤は過去の調査により与えられた観測交通量（$\mathbf{x}, \mathbf{q}$）のみから（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$）を求め，将来の（$\mathbf{x}, \mathbf{q}$）を予測するために用いることができる．

また，３種の変数ベクトルを既知とする組合せは，以下の４つである：

⑦$\mathbf{q}$と$\mathbf{x}$と（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$），⑧$\mathbf{q}$と$\mathbf{x}$と（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$），⑨$\mathbf{q}$と（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$）と（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$），⑩$\mathbf{x}$と（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$）と（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$）．

マストラを含むネットワーク分析の際には（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$）を未知数とする⑧によりその値を求めることが可能であり，⑩は③，④と同様，パラメータ値の移転性の仮定をおけば比較的容易に集められるリンクフローデータのみから簡便にＯＤ交通量を予測する方法として用いることが可能であろう．

なお，以上の分類では，簡単のため，全ＯＤペアあるいは全リンクの交通量をまとめて未知・既知の場合を考えたが，実際には部分的リンクフローが既知の場合なども含めて分類・分析できる．

## ３．定式化と解析

①は，$\mathbf{x}$と（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$）が未知変数であるが，まず，通常の固定需要配分問題によって$\mathbf{x}$を求め，次に，それに対応したＯＤペア間均衡コスト$\mathbf{u}$を計算し，この$\mathbf{u}$と与えられた$\mathbf{q}$との関係から（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$）を求めれば良い．

②は，与えられた$\mathbf{q}^*$と（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$）の関係からＯＤペア間均衡コスト$\mathbf{u}^*$がわかるから$\mathbf{t}$を未知変数とする以下の最適化問題を解けば均衡リンクコストが求まる．（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$）を求めるには，さらに他の情報が必用である．

$$\min. Z(\mathbf{t}) = \sum_a \int_{t(0)}^{t_a} t_a^{-1}(\nu)\, d\nu - \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{q}^*, \quad \text{s.t.} \quad u_{rs}^* \leqq C_k^{rs} \text{ and } (7)$$

③は，観測リンクフロー$\mathbf{x}^*$と（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$）の値から均衡リンクコスト$\mathbf{t}^*$が決まるから，$\mathbf{t}^*$を用いた最短経路探索によりＯＤペア間均衡コスト$\mathbf{u}$が求められる．一般的には，$\mathbf{q}$と（$\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}$）は，需要関数への$\mathbf{u}$の代入と(5)(8)のみからは一意的には決められないため，追加的情報が必用である．

④は，均衡リンクコスト$\mathbf{t}$および均衡ＯＤコスト$\mathbf{u}$を未知変数とする以下の様な最適化問題を解き，その$\mathbf{t}$と与えられた観測交通量$\mathbf{x}*$の関係から（$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$）を求めればよい．

$$\min. Z(\mathbf{t}, \mathbf{u}) = \mathbf{x}^* \cdot \mathbf{t} - \sum_a \int_{u(0)}^{u_{rs}} D_{rs}(\nu)\, d\nu, \quad \text{s.t.} \quad u_{rs} \leqq C_k^{rs} \text{ and } (7)$$

⑤は，以下の最適化問題の解（$\mathbf{t}, \mathbf{u}$）と観測交通量（$\mathbf{x}^*, \mathbf{q}^*$）との関係からパラメータ値が求められる．

$$\min. Z(\mathbf{t}, \mathbf{u}) = \mathbf{x}^* \cdot \mathbf{t} - \mathbf{q}^* \cdot \mathbf{u}, \quad \text{s.t.} \quad u_{rs} \leqq C_k^{rs} \text{ and } (7)$$

部分的観測交通量が与えられた場合については，ここで，その全ての場合について触れることはできないが，一例として次のようなネットワーク逆解析問題：交通量の観測されたいくつかのリンクはコスト（パラメータ）の値が未知数で交通量の観測されていない残りのリンクは交通量が未知数（リンクコスト関数は与えられている）；を考えると，これは，④と類似した最適化問題として定式化でき，劣勾配法などを用いて容易に解くことができることがわかる．

## ４．おわりに

本稿で提案したパラメータ推定方法は，均衡原理と整合的でかつ精度の良いデータを仮定した方法であるため，まだ実際の適用は難しいが，感度分析的方法との組合せにより，簡便かつ理論的に明快な方法として発展可能と考えられる．今後，その方向の理論的解析と鉄道網分析等の実際問題への適用による実証分析を進めてゆきたい．

**<参考文献>**家田仁・赤松隆・高木淳：利用者均衡配分法による通勤列車運行計画の利用者便益評価，土木計画学研究・論文集６，pp.177-184，1988.