

III-217

土の等方硬化モデルの移動硬化モデルへの拡張

名古屋工業大学 正員 ○中井 照夫
中央開発（株） " 藤井 次郎
大成建設（株） " 瀧 治雄

静的な問題を解析するための土の構成モデルは、簡単でパラメーターが少なく決めやすいという観点から、等方硬化モデル（例えば Cambridge model¹⁾）として開発されることが多い。著者らはすでに t_{ij} の概念を使って通常の正八面体応力を用いたモデルを3次元応力下で有効なモデルに拡張する方法を提案している²⁾。ここでは、さらに t_{ij} に基づいた応力比テンソルと応力比量を定義することにより、容易に3次元応力下で有効な移動硬化モデルに拡張する方法について述べる。

1. t_{ij} の概念に基づく種々の応力および応力比

ordinary concept		t_{ij} - concept	
σ_{ij}	(1a)	$t_{ij} = \sigma_{ik} a_{kj}$	(1b)
δ_{ij} (unit tensor)	(2a)	a_{ij}	(2b)
$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$	(3a)	$t_N = t_{ij} a_{ij}$	(3a)
$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$	(4a)	$t_{ij}' = t_{ij} - t_N a_{ij}$	(4b)
$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$	(5a)	$t_s = \sqrt{t_{ij}' t_{ij}'}$	(5b)
$\eta_{ij} = s_{ij} / p$	(6a)	$x_{ij} = t_{ij}' / t_N$	(6b)
$\eta = q / p = \sqrt{(3/2) \eta_{ij} \eta_{ij}}$	(7a)	$X = t_s / t_N = \sqrt{x_{ij} x_{ij}}$	(7b)
$\eta^* = \sqrt{(3/2) (\eta_{ij} - \eta_{ij0}) (\eta_{ij} - \eta_{ij0})}$	(8a)	$X^* = \sqrt{(x_{ij} - n_{ij}) (x_{ij} - n_{ij})}$	(8b)

表-1

通常概念と t_{ij} の概念で用いられている応力および応力比量の比較

表-1に通常概念で用いられる応力および応力比量と t_{ij} の概念で用いられるこれらの諸量の比較を示す。ここに、(1a)～(5a) および (7a) は周知の応力テンソルと応力パラメーターであり（図-1参照）、(1b)～(5b)式および(7b)式は t_{ij} に基づく応力テンソルと応力パラメーターである（図-2）。 t_{ij} の概念に基づけば、(1b)～(5b)式および(7b)式で定義される量を用い、 t_{ij} 空間でflow ruleを考えれば、通常のMises タイプの等方硬化モデルを3次元で有効な等方硬化モデルに拡張できることはすでに示している²⁾。

さて、(6a)および(8a)式はMises型の等方硬化モデルに初期誘導異方性や主応力軸の回転の影響を考慮するために関口・太田³⁾によって導入された応力比テンソルと応力比量であるが、 t_{ij} の概念でもanalogicallyに考えると(6b)、(8b)式が定義される。なお、(2b)式の a_{ij} はSMPの方向余弦(a_1, a_2, a_3)を主値とする対称テンソルであるが、応力テンソル σ_{ij} を用いて次式で与えられる。

$$a_{ij} = \sqrt{J_3/J_2} \cdot r_{ij} = \sqrt{J_3/J_2} \cdot (\sigma_{ik} + I_2 \cdot \delta_{ik}) (I_1 \cdot \sigma_{kj} + I_3 \cdot \delta_{kj})^{-1/2} \quad (2b)$$

ここに、 J_1, J_2, J_3 および I_1, I_2, I_3 は σ_{ij} と r_{ij} ($r_{ij} r_{jk} = \sigma_{ik}$)の1次、2次、3次の不変量を表す。

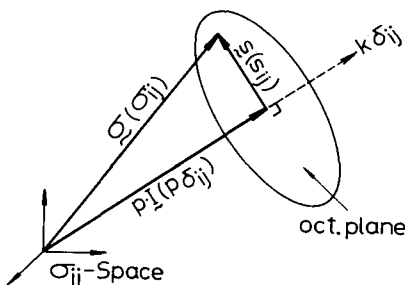


図-1 通常概念で用いられる応力の説明図

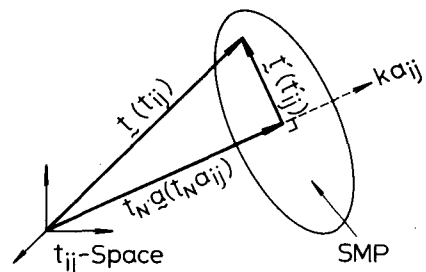


図-2 t_{ij} の概念で用いられる応力の説明図

2. 移動硬化モデルへの拡張

流れ則と降伏関数

一般にCambridge タイプの弾塑性モデルでは、降伏関数（あるいは塑性ポテンシャル）を、 $f=f(\eta, p, H)=0$ (H : ひずみ硬化パラメータ) … (9) の形で与え、 σ_{ij} 空間で associated flow rule ($d\epsilon_{ij}^p = \Lambda \cdot (\partial f / \partial \sigma_{ij})$) … (10) を仮定している。一方、等方硬化型の t_{ij} model^{4)・5)} では、 $f=f(X, t_n, H)=0$ … (11) で降伏関数を与え、 t_{ij} 空間で flow rule ($d\epsilon_{ij}^p = \Lambda \cdot (\partial f / \partial t_{ij})$) … (12) を仮定している。さて、土は平均応力の変化に対しては等方硬化的な挙動を示すが、応力比の変化に対しては移動硬化的な挙動を示す。従って、応力比パラメータ X ((7b) 式) の代わりに X^* ((8b) 式) を用い降伏関数を規定する。具体的には通常の単調載荷のせん断過程で

$$X = X^* + n \quad (n = \sqrt{n_{ij}n_{ij}}) \quad (13)$$

なる関係が成立するので、(11) 式に (13) 式を代入し次式で降伏関数を与える。

$$f(X^*+n, t_n, H)=0 \quad (14)$$

ところで、(8a) 式を用いた関口・太田モデルでは初期誘導異方性を表す η_{ij} は初期圧密時の応力比テンソルを表し一定としているが、ここではせん断の進行に伴う誘導異方性の発達を表現するために n_{ij} は $X^*=\xi$ をたもちながら応力比空間で移動するものとする (図-3 参照)。この時、 n_{ij} の移動量 dn_{ij} は、連続性の条件 $dX^*=0$ より、次式で与えられる。

$$dn_{ij} = [(x_{ki} - n_{ki}) dx_{ki} / X^*] (x_{ij} - n_{ij}) \quad (15)$$

なお、圧密後のせん断初期などで $f=0$ & $df>0$ であるにもかかわらず $X^*<\xi$ の時は、 $X^*=\xi$ となるまでは関口・太田モデル同様 $n_{ij}=\text{const.}$ のもとで等方あるいは異方硬化するものとする。

ひずみ硬化係数

ひずみ硬化の程度を表す係数 Λ ((12) 式) は等方硬化モデルでは $\Lambda=\Lambda(X, dX, t_n, dt_n)$ … (16) なる形で与えられているが、移動硬化モデルでは n_{ij} の位置と dx_{ij} の方向が塑性ひずみの発生量に影響するので (16) 式の応力比およびその増分の不変量 X, dX を次式の $\bar{X}, d\bar{X}$ に置き換える。こうすることにより、単調な直線応力経路では等方硬化モデルと同じひずみ増分量になり、応力比増分 dx_{ij} の方向が $x_{ij}^*=x_{ij}-n_{ij}$ の方向よりずれるに従い塑性ひずみが発生しにくくなる現象が表現可能になる。

$$\bar{X} = (x_{ij}x_{ij}^*) / X^* \quad (17), \quad d\bar{X} = (dx_{ij}x_{ij}^*) / X^* \quad (18)$$

図-4 は、このような方法で拡張した移動硬化モデルによる解析結果と実測値の比較の一例である。他の解析例は文献⁶⁾に示している。

謝辞 日頃ご援助いただいている山内利彦・松岡 元両教授に感謝致します。

文献 1) Schofield & Wroth (1968): Critical Soil Mech.

2) Nakai & Mihara (1984): S & F, 24(2)

3) Sekiguchi & Ohta (1977): Proc. 9th ICSMFE, Specialty Session 9

4) Nakai & Matsuoka (1986): S & F, 26(3)

5) Nakai (1989): S & F, 29(1)

6) Nakai, Fujii & Taki (1989): Proc. NUMOG III

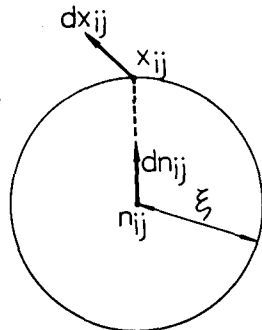


図-3 応力比空間 (x_{ij}) における移動硬化則

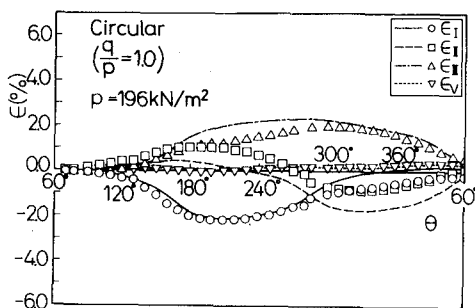


図-4 豊浦砂のoct.面上での円形応力経路でのひずみの解析結果と実測値（プロット）