III-189 ひずみ硬化－軟化型構成式について

岐阜大学工学部 岡二三生
京都大学防災研究所 八嶋 厚

1．はじめに

過圧密粘土や軟岩を用いて三軸試験などを実施するとひずみ硬化のみでなくひずみ軟化現象が観察されることがある．このひずみ軟化については多くの議論がなされてきてる[1),2),3),4)]．特に，連続体近似を物理的実体とみる立場においては，ひずみ軟化は材料の性質ではなく構造的な現象，つまり境界値問題の結果であると見なされることが多い．一方，このような議論に対して，もしも連続体力学の局所作用の原理の枠組みをはずせば，構成式の立場で議論することも可能である． ただし，その場合は，境界値問題のレベルと構成式を導く際に用いた要素試験の大きさに注意をしなければららない． 本報告においては，すでに提案しているひずみ硬化－軟化型の構成式が古典的な軟化構成式と比較して適切に定義できること，さらにその拡張性及び数値解析に使用しやすい点について述べる．

2．足立・岡によるひずみ軟化型構成式

足立・岡（１９８５）はひずみ硬化－軟化型構成式を提案し，軟岩や過圧密粘土のせん断挙動に適用している． 定式化に当たっては，降伏関数を以下に示すような応力のひずみ履歴に関する汎関数で定義される応力履歴テンソル σ^*_{ij} を用いている．

$$\sigma^*_{ij}=\int_0^z K_{ijkl}(z-z')\,\sigma_{ij}(z')\,dz' \qquad (2\text{-}1)$$

$$dz=(de_{ij}de_{ij})^{1/2} \qquad (2\text{-}2)$$

ここで， σ_{ij} は応力テンソル,de_{ij}: 偏差ひずみ増分テンソル．

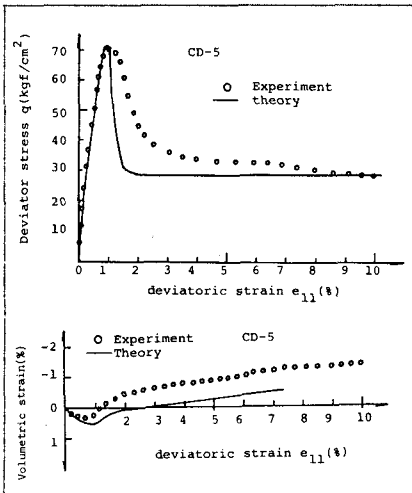
降伏関数 $f_y(\sigma^*_{ij})=\kappa_s \qquad (2\text{-}3)$

流れ則 $d\varepsilon^p_{ij}=H\dfrac{\partial f_p}{\partial\sigma_{ij}}df_y \qquad (2\text{-}4)$

$d\varepsilon^p_{ij}$：塑性ひずみ増分テンソル

全ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}=d\varepsilon_{ij}^e+d\varepsilon_{ij}^p \qquad (2\text{-}5)$

硬化－軟化関数 $\kappa_s=\kappa_s(\varepsilon_{ij}^p) \qquad (2\text{-}6)$



図－1 軟岩の応力－ひずみ曲線

3．解の唯一性

文献5)6)では核関数 Kをスカラー関数として次式で与えた．

$$K(z)=\exp(-z/\tau) \qquad (3\text{-}1)$$

(3-1)式は fading Memoryの原理をみたし，

$|\sigma^*_{ij}(z)|<|\sigma_{ij(max)}|M$ M：適当な正の定数 となって， $d\varepsilon_{ij}^p$が適切にていぎできる． 軟化材料の解の一意性についてはValanis(1984) やWillam(1987)によって議論されているが，

ここで議論している構成式はValanisの補助問題の初期値問題に対してユニークな解を持つ． 足立・岡の構成式は $d\varepsilon_{ij}=D_{ijkl}d\sigma_{kl}+A_{ij}\,dz$ の形に書けるから，ある塑性状態から，次の塑性状態に移行したときに２つの状態が可能だとして，その差を

$\Delta\dot{\sigma}_{ij}=\dot{\sigma}_{ij(1)}-\dot{\sigma}_{ij(2)}$， $\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}=\dot{\varepsilon}_{ij(1)}-\dot{\varepsilon}_{ij(2)}$ と定義すると，

$$\Delta\dot{\sigma}_{ij}\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}dt/dz=(\dot{\sigma}_{ij(1)}-\dot{\sigma}_{ij(2)})\,D_{ijkl}\,(\dot{\sigma}_{ij(1)}-\dot{\sigma}_{ij(2)})\,dt/dz$$

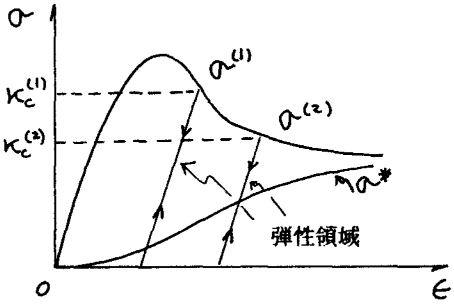
ここで， $dt/dz>0$ だから， D_{ijkl} が正定値であれば， $\Delta\dot{\sigma}_{ij}\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}>0$ となり，ValanisのPositive Material Model となり， 初期値問題に対してユニークな解を持つ．

4．載荷－除荷判定と弾性領域

次に，塑性状態から弾性状態への除荷の判定について考えよう．除荷の判定については，すでに述べているように，$df_y<0$ のとき $d\varepsilon^p_{ij}=0$ となるが， この時， $dz=0$ として， 弾性履歴は有効履歴としない． このように除荷の判定が簡単になるのは$f_y=0$が σ^*_{ij} 空間で常に拡大する曲面

を形成するからである． ここで， 以前の報告においては， 弾性領域を陽に定義していなかったが，本報告では，新たに弾性境界面 $f_c=0$ を定義する．

$f_c(\sigma_{ij})=\kappa_c$ ， $f_c<0$ の領域を弾性領域とし，f_c の関数形は f_y と同じものとする．図示すると，図—2 の様になる．



図—2 弾性領域 fc<0

5．数値解析と構成式の非局所化

FEM解析などにひずみ軟化型構成式を用いる場合に問題となるのは解の強いメッシュサイズ依存性である． つまり，解の収束がみられず，メッシュサイズが無限小になる問題である． この問題を解決するために，構成式の非局所化の概念が用いられてきた．しかしながら，以前はすべての変数や境界条件などをも非局所化したために破綻した．これに対して，Bazant(1988)は損傷に直接関与するパラメーターについてのみ非局所化する方法を提唱している． ここで取り上げた足立・岡の構成式についてもこの方法に習い，塑性変形を支配する応力履歴テンソル σ^*_{ij} を非局所化する方法をとる． 非局所化すると下記のようになる． この方法の有効性については，別の機会に検討する予定である．

$$\sigma^*_{ij}=\int_V\int_0^z L(x-x')K_{ijkl}(z-z')\sigma^*_{kl}(z')dv \qquad (5\text{-}1)$$

ここで， vはxの近傍，Lは影響関数． $x'\in V$

6．変形の局所化

変形の局所化をシミュレーションする方法としていくつかの方法が提案されている．分岐経路をたどる方法や材料の潜在的な弱部を仮定する方法等が代表的である．Prevost ら[11] よるひずみ軟化構成式と弱部を仮定する方法は先に述べたメッシュサイズ依存性により解が客観的でないと批判されているが[3]，構成式の非局所化によって解を客観化することが可能である． 分岐問題として解析する方法においては基本構成式をどのようにして実験的に決定するかが問題である． たとえば， 変形の局所化が摩擦などの境界条件の非均一性によっても発生することは実験によってその原因を追及する場合，問題となる．変形の局所化は不安定な構成式（非関連流動則によるもの，軟化型構成式またはコーナー理論など）によるかＤＥＭなどの簡単な構成式と自由度の高い解析法の組み合わせによっても可能であろう．また解析法の選択ではその物理的なプロセスとの関係を考察する必要がある．

7．結論

本報告では，すでに提案している構成式の拡張性とその数値解析への適用性について考察した．FEMによる解析結果については別項(ひずみ硬化—軟化型構成式を用いた有限要素解析，八嶋他)を参照していただければ幸いです．

8．参考文献

1)Sandler,I.S.,Constitutive Equations: Macro and Computaional Aspects, WAM,ASME,1984,217-231.2)Read,H.E.& Hegemier,G.A.,MechanicsofMaterials,1984,3,271-294. 3)Moore,I.D.&Rowe,R.K.,Computer & Geotechnics, 1988,6,217-239.4)Bazant,Z.P., F.-B. Lin & G. Pijaudier-Cabot, Proc. Int. Conf. Computational Plasticity,1987,2, 1757-1780. 5)Oka,F. & T. Adachi, Proc. Discussion Session 1A, 11th ICSMFE. 6)Oka,F. & T.Adachi, Proc. 6th Int. Conf. Num. Methods in Geomechanics, 1985, 7)Valanis, K.C.,J. Appl. Mech.,ASME, 1985,649-653. 8)Willam,K.,Pramono, E. & Sture,S.,Proc. 2nd Int. Conf. on Constitutive Laws for Engng. Mat., 1987,1,249-259. 9)Bazant, Z.P.,J. Appl. Mechanics,1988,88-WA/APM-34,1-6.10)Trianafyllidis, N. & Aifantis, E.C.,J. Elasticity,1986,16,225-237. 11)Prevost,J.H., Int. J. Num.&Anal. Meth. Geomech.,1984,187-196.