

III-188

ひずみ硬化-軟化型構成式を用いた有限要素解析

京都大学 ○八嶋 厚、足立 紀尚

岐阜大学 岡 二三生、北村 行宏

1. はじめに

本研究で用いるひずみ硬化-軟化型構成式(岡・足立モデル)¹⁾は、ひずみ履歴に関する応力の汎関数で定義される降伏関数を用いている。したがって、ひずみ軟化過程においても、降伏曲面は拡大する。このため、従来の弾塑性モデルをひずみ軟化領域に拡張するときみられた、降伏曲面の縮小がない。このことは、解析アルゴリズムが極めて簡単となることを意味する。本研究では、この構成式を有限要素法に組み込み、軟岩の三軸圧縮試験をシミュレーションすることにより、ひずみ硬化-軟化過程が安定的に解析できることを示す。

2. 構成式と有限要素法

ここで用いるひずみ硬化-軟化型構成式においては、従来の応力の代りに、記憶効果をもつ応力として、次式で定義される応力パラメータを用いて降伏関数を表現する。

$$\sigma_{ij}^* = \frac{1}{\tau} \int_0^z (\sigma_{ij} - \sigma_{ij0}) e^{-(z-z')/\tau} dz' + \sigma_{ij0}, \quad \text{ここで } dz' = (de_{ij} \cdot de_{ij})^{1/2} \quad (1)$$

この応力パラメータを用いて、降伏関数を次式で定義する。

$$f = \bar{\eta}^* - k_s = 0, \quad \text{ここで } \bar{\eta}^* = \left(\frac{S_{ij}^* S_{ij}^*}{\sigma_m^* \sigma_m^*} \right)^{1/2}, \quad k_s = \frac{M^* G' \gamma^p}{M^* + G' \gamma^p}, \quad \gamma^p = (e_{ij}^p e_{ij}^p)^{1/2} \quad (2)$$

一方、塑性ひずみ増分の方向を規定するための塑性ポテンシャルは、従来の応力を用いて次式で表わす。

$$g = \bar{\eta} - M_m \ln \left(\frac{\sigma_m + b}{\sigma_{mb} + b} \right) \quad \text{ここで } \bar{\eta} = \left(\frac{S_{ij}}{\sigma_m + b} \frac{S_{ij}}{\sigma_m + b} \right)^{1/2} \quad (3)$$

最終的に、応力増分～ひずみ増分関係は、マトリックス表示すると次式のようにになる。

$$d\sigma_{ij} = \left(D_{ijkl}^e - \frac{A_{ijkl}}{H} \right) d\epsilon_{kl} \quad (4)$$

$$\text{ここで } A_{ijkl} = D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}^*} \frac{\partial \sigma_{mn}^*}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \epsilon_{kl}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{op}}, \quad H = \frac{e_{ij}^p \bar{\eta}_{ij} G' (M^* - \eta^*)^2}{\gamma^p \bar{\eta} (\sigma_m + b) M^{*2}} \quad (5)$$

従来の弾塑性論に基づく構成式をひずみ軟化領域に拡張する場合、ひずみ硬化領域とは異なる硬化関数を定義しているものが多い。その場合、式(4)中の H の値がひずみ軟化領域で負となり、解の唯一性、安定性が損われてしまうことがある。このため、有限要素法にこの種の構成式を導入するためには、複雑な計算アルゴリズム(predictor-corrector法、アークレンクス法等)を採用しなければならない。一方、本研究で用いた構成式では、硬化関数 k_s は、全載荷過程中1つの関数(双曲線)であるため、式(4)中の H の値はつねに正となり、解の唯一性は満足される。したがって、この構成式を有限要素法に導入する際、通常の弾塑性解析のアルゴリズムをそのまま用いても安定した解が得られる。図-1に過圧密粘土や軟岩などにおいてみられる応力～ひずみ関係を示すが、軸差応力 q は、ピーク強度に達した後、残留応力までその値が減少していくことがわかる。一方、式(1)で定義した応力パラメータから求まる軸差応力 q^* は、つねに増加傾向を示す。式(4)の弾塑性マトリックスを、連成有限要素法に組み込んだ。用いた要素は、定ひずみ要素である。非排水、部分排水および完全排水の各排水条件が解析できる。また、軸対称条件および平面ひずみ条件を選択できる。

3. 数値解析例

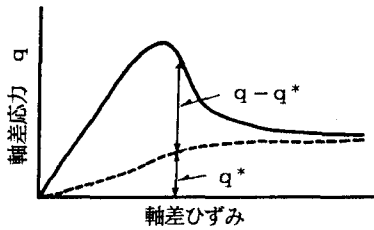
ここでは、まず足立ら²⁾が行った堆積軟岩の排水三軸圧縮試験をシミュレートする。解析に用いたパラメータは、岡ら¹⁾が先に報告したものをを用いた(表-1)。図-2に圧密応力 1 kgf/cm^2 の場合、図-3に圧密応力 5 kgf/cm^2 の場合の実験結果と解析結果をそれぞれ示す。これらの図より、実験においてみられたひずみ硬

化－軟化過程が、有限要素解析においても再現されていることがわかる。しかし、用いたパラメータでは、ピーク強度以降の正のダイレイタンスーが過小評価されていることがわかる。図－4には、圧密応力 5kgf/cm^2 の場合について、平面ひずみ条件と仮定した場合の解析結果と、軸対称条件下において繰返し载荷を受けた場合の解析結果を示す。平面ひずみ条件下においては、同じ材料を用いても中間主応力の増大により、ひずみ軟化がみられないことがわかる。また、軸対称条件下での繰返し载荷挙動については、図からもわかるように、除荷・再载荷過程における弾性挙動が表現されていることがわかる。図－5には、軸対称および平面ひずみの両条件に対して、圧密応力 5kgf/cm^2 のもとでの非排水三軸試験をシミュレートした。ここでも、ひずみ硬化－軟化挙動およびピーク強度以降の間隙水圧の減少が再現されている。

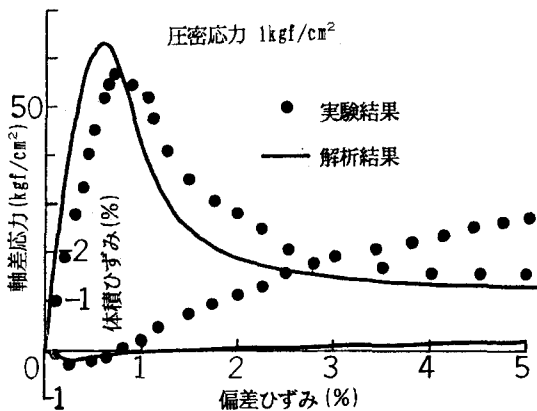
参考文献： 1) Oka et al. (1985), Proc. 5th ICNMG 2) Adachi et al. (1981), Proc. 10th ICSMFE

表－1 解析に用いたパラメータ

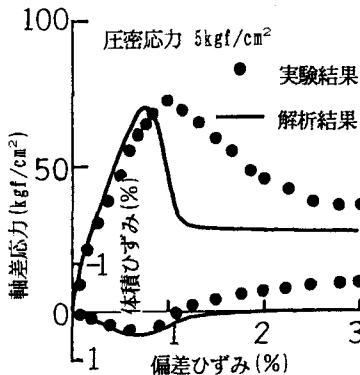
圧密応力	1 kgf/cm ²	5 kgf/cm ²
E (kgf/cm ²)	13,500	10,410
K (kgf/cm ²)	3,700	4,550
G' (kgf/cm ²)	1,000	3,000
b (kgf/cm ²)	40	40
σ_{m0} (kgf/cm ²)	1.0	5.0
σ_{mb} (kgf/cm ²)	150	150
M_r^*	1.97	1.61
τ	0.09	0.019



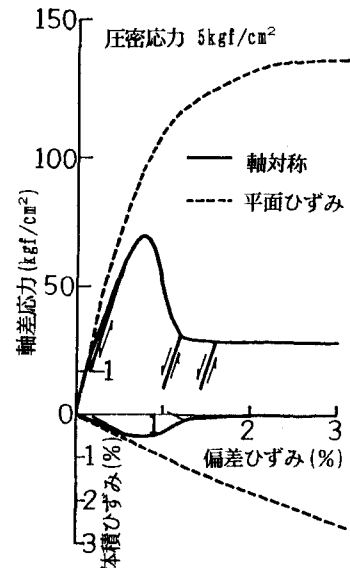
図－1 応力－ひずみ関係と q^*



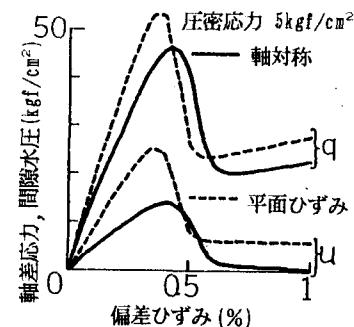
図－2 応力－ひずみ関係



図－3 応力－ひずみ関係



図－4 応力－ひずみ関係



図－5 応力－ひずみ関係