土木学会第44回年次学術講演会（平成元年10月）

III－158

自重圧密方程式の差分解法に関する一検討

徳島大学工学部　正　　山上　拓男
徳島大学大学院　学　○酒井　信介

1．緒言

自重圧密方程式は強度の非線形性を有しており、理論解（厳密解）を求めることは非常に困難である。このため、差分法などの数値解析に基づいて近似解を得なければならない。そこで著者らは、Douglas・Jonesの予測子・修正子法を三笠の圧密支配式に応用し二、三の解析例を通してその適応性を確認した[1)2)]。本報告では、新たにD.H.TangとG.F.Pinderが提案した方法[3)]（仮にＴＰ法と名付ける）のもとに三笠の自重圧密方程式を解析し、予測子・修正子法との比較を行った。

2．ＴＰ法の要約

TangとPinderが提案した方法を三笠の自重圧密方程式に適用する場合、以下のような手順を経る：
まず基礎方程式として(1)式を用いる：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}=\zeta^2\cdot\frac{\partial}{\partial z}\left(c_v\cdot\frac{\partial \zeta}{\partial z}\right)-\zeta^2\cdot\frac{d\,(c_v m_v \gamma')}{d\zeta}\cdot\frac{\partial \zeta}{\partial z} \qquad (1)$$

ここで、式中の記号の意味は文献2)を参照されたい。そして(1)式の両辺から$\partial^2\zeta/\partial z^2$を差し引いた後、差分式で展開する。展開途上の各式は煩雑なため、紙面の都合もあってここでそれらを記述することは割愛するが、結論として次のような多元連立方程式に到達する：

$$[B]\cdot\{\zeta\}_{J+1}=[A]_{J+1}\cdot\{\zeta\}_{J+1}+\{f\}_J \qquad (2)$$

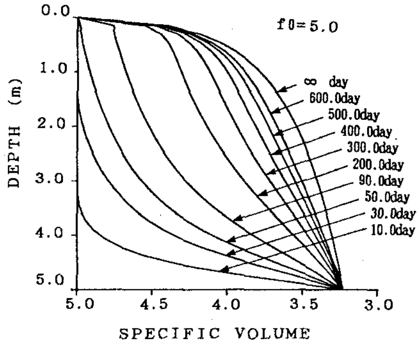
(2)式で、添字Ｊは時間差分点を表している。$\{f\}_J$ は境界条件や初期条件により構成される既知の列ベクトルである。$\{\zeta\}_{J+1}$は未知の列ベクトルで、$[A]_{J+1}$は$\{\zeta\}_{J+1}$の関数として表される未知行列であって(n-1×n-1)次の大きさを持つ。ここにｎは空間差分点の数である。また係数行列［Ｂ］の成分はすべて定数であり、その大きさはやはり(n-1×n-1)次である。そこでこの連立方程式を解く場合、TangとPinderは次のような反復計算方法を用いた：

$$[B]\cdot\{\zeta\}_{J+1,K+1}=[A]_{J+1,K}\cdot\{\zeta\}_{J+1,K}+\{f\}_J \qquad (3)$$

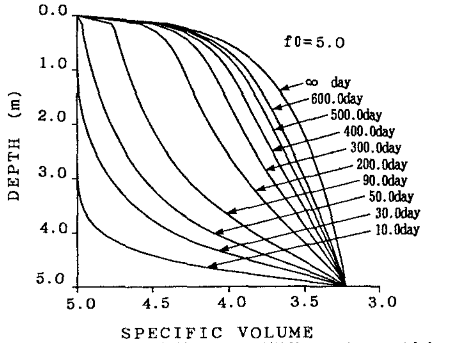
ここで、添字ｋは反復過程における未知量のレベルを表す。すなわち、上式右辺の未知量$\{\zeta\}_{J+1,K}$を仮定し、左辺$\{\zeta\}_{J+1,K+1}$を求める。そして、仮定値である$\{\zeta\}_K$と計算値$\{\zeta\}_{K+1}$の誤差δを求め、δが許容誤差εよりも大きければ$\{\zeta\}_K=\{\zeta\}_{K+1}$とし、$\delta<\varepsilon$となるまでこの過程を繰り返す。

3．適用例

今回行った解析は、初期の層厚H_0が5.0m、上下両面排水で、定常状態の浸透流は存在しない軟弱地盤を想定した。そしてこの地盤において、初期体積比f_0が5.0、6.2、10.0のそれぞれの場合について自重圧密過程を解析した。このとき、f－log p関係には三笠の標準圧密曲線（C_c=0.8）[4)]を用い、圧密係数C_vは一定（C_v=0.003 m²/day）とした。またＴＰ法では許容誤差εを0.001とし、一つのtime stepにおける許容反復回数は10回とした。以下解析結果について述べる：
初期体積比f_0が5.0の場合、予測子・修正子法とＴＰ法は全く同一かつ安定な解を与えた（図－１、図－２参照）。ところが初期体積比が6.2、及び10.0の場合は両者とも解の分布に不安定現象が生じた。図－３は初期体積比が10.0の問題をＴＰ法で解いた場合に生じた振動現象の様相である。そこで、予測子・修正子法についてはスムーズ化[1)]を行い滑らかな解を得た。また、ＴＰ法についても同様にスムーズ化を試みた。その結果、f_0が6.2の場合は滑らかな解の分布を得ることができた。しかしf_0が10.0の場合、図－４に示すように十分には滑らかな解は得られなかった。この問題に対し更に、time stepの大きさや許容誤差εを変化させるなど試行錯誤的な試みを行ったが、完全に好ましい解は得られなかった。すなわち、ＴＰ法ではf_0=10.0



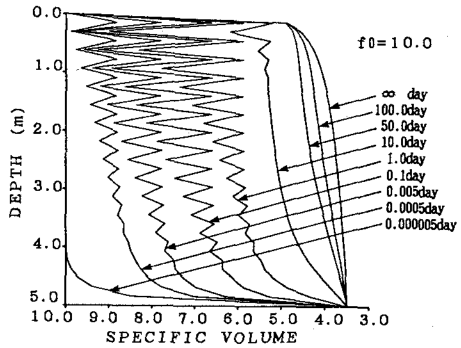
図－1　体積比の時間推移（予測子・修正子法）



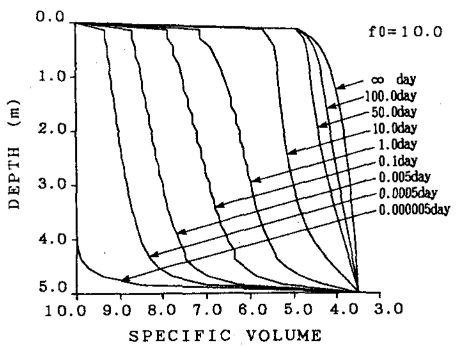
図－2　体積比の時間推移（ＴＰ法）

あたりが解析し得る限界であると思われた。これに対し、予測子・修正子法では更に軟弱な問題、つまり初期体積比が15.0の場合も滑らかな解の得られることが確認されている[1]。

ここで計算に用いたtime stepの選定方法と演算時間について簡単に述べておこう。予測子・修正子法は、Crank・Nicolson形の陰解法なので差分間隔選定に対し何ら制約を受けない。ところが、ＴＰ法は反復段階の解の収束性に関する制約条件[5]があるため、差分間隔選定に際しある種の制約を受ける。そこで、ＴＰ法に用いた差分間隔を予測子・修正子法にも採用し、解析に要した演算時間を表－１に示した。なお、計算には徳島大学情報処理センター FACOM M-760/10を用いている。これより、time stepの大きさが等しいにもかかわらず、いずれの初期体積比においても予測子・修正子法の演算時間が短くなっている。この傾向は、初期体積比が大きいほど顕著である。



図－3　体積比の時間推移（ＴＰ法）



図－4　スムーズ化の結果（ＴＰ法）

4．結言

三笠の自重圧密方程式を、Douglas・Jonesの予測子・修正子法とD.H.TangとG.F.Pinderが提案した方法（ＴＰ法）で解析し、両者の比較を行った。その結果、初期体積比f_0が比較的小さい場合両解析法とも同一の解を与えることが判明した。しかし、ある程度以上軟弱な状態すなわち解の分布に不安定現象が生じる場合、ＴＰ法では滑らかな解を得ることが難しくなる。また、演算時間については予測子・修正子法とＴＰ法で差分間隔を等しくしたにもかかわらず、ＴＰ法が長い計算時間を要した。

表－１　ＣＰＵ－ｔｉｍｅの比較
（単位：秒）

体積比(f_0)	5.0	6.2	10.0
予測子・修正子法	3.59	33.62	63.47
TP法	4.37	47.11	108.93

以上の結果より、予測子・修正子法の優位性が確認された。

≪参考文献≫

1)山上・酒井：第23回土質工学研究発表会，pp351～352，1988.　2)山上・酒井：第43回土木学会全国大会講演概要集，第三部，pp346～347，1988.　3)Tang,D.H. and G.F.Pinder：Computational methods in Nonliner Mechanics, North-Holland Publishing Company, pp463～473, 1980.　4)三笠正人：軟弱粘土の圧密，鹿島出版会，126p,1963.　5)牧之内・鳥居：数値解析，オーム社，340p，1975.