

III-137 トンネル掘削引張塑性角解析と塑性領域推定法

前田建設工業（株）土木設計部 正会員 梨本 裕
電算センター 松井幹雄

1はじめに

本文では次の3点について概要を報告する。

- ① モール・クーロンの破壊基準に従うトンネル周辺の地山挙動に関する理論解を、覆工の時期と剛性が考慮できるように改良した。
- ② 応力分配法を適用したFEM塑性解析結果はこの理論解と一致する。
- ③ 上記の理論解と数値解から、トンネル壁面に平行方向の応力に着目した塑性領域推定法に関する示唆を得た。

2 理論解の改良

(1) Kastnerの理論解

地山が均質で、地圧が等方の場合、地山の自重による物体力の影響を無視し、地山がモール・クーロンの破壊基準に従って破壊すると考えれば、円形トンネル周辺の地山の変位と応力は次式で表わされる。

$$u_r = (\sigma_0 - \sigma_{ra}) h_s R_a^2 / r \quad \dots (1)$$

$r \leq R_a$ の塑性領域内で

$$\sigma_r = q ((r/R_a)^b - 1)/b + \sigma_1 (r/R_a)^b \quad \dots (2)$$

$$\sigma_\theta = a \sigma_r + q \quad \dots (3)$$

$r \geq R_a$ の弾性領域内で

$$\sigma_r = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_{ra})(R_a / r)^2 \quad \dots (4)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_{ra})(R_a / r)^2 \quad \dots (5)$$

u_r : 半径方向変位 σ_0 : 初期応力

σ_r : 半径方向応力 σ_θ : 接線方向応力

σ_1 : 覆工の内圧効果（覆工に作用する地圧）

$$\sigma_{ra} = \sigma_0 (1 - \sin \phi) - c \cos \phi$$

$$h_s = (1 + \nu) / E \quad \nu: \text{ポアソン比}$$

E : 弹性係数 c : 粘着力 ϕ : 内部摩擦角

q : 一軸圧縮強度 a = $(1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$

b = a - 1 d = a + 1 R_a : 堀削面の半径

$$R_a = R_0 \cdot \{2(b\sigma_0 + q)/d / (b\sigma_0 + q)\}^{1/b}$$

$$= R_0 F(\sigma_1)^{1/b} \quad \dots (6)$$

ただし、変位については塑性領域内の地山が体積を変えることなくトンネル内空に向かって押し出されると仮定している。

なお、塑性領域が発生しない場合、 $R_a = R_0$ 、

$\sigma_{ra} = \sigma_1$ とする。

(2) 堀削比の導入

切羽の支保効果と進行及び覆工打設の遅れを考慮するために、堀削比 α ($0 \leq \alpha \leq 1$) を導入する。

ここでは、堀削によって σ_1 の応力が解放された時点（ステージ1）で覆工が打設され、切羽の進行によって $(1 - \alpha) \sigma_1$ の応力が解放されて最終状態（ステージ2）に至ると考える。

従って、ステージ1の解は、上記の(1)～(6)式において $\sigma_1 = (1 - \alpha) \sigma_0$ として得る。

ステージ2では、ステージ1で塑性領域が発生したかどうかが問題になる。

① ステージ1で塑性領域が発生しない場合

$F(\sigma_1 = (1 - \alpha) \sigma_0) \leq 1$ のときステージ1では塑性領域は発生しない。

ステージ2で解放される応力 $(1 - \alpha) \sigma_0$ の内地山に作用する応力を σ_1 、覆工に作用する応力を σ_2 とし、 σ_1 によるトンネル壁面の地山変位 δ_s と σ_2 による覆工外面（地山との接触面）の変位 δ_c （厚肉円筒弹性理論を適用）が等しいという条件の下で σ_2 を求め、これを $\sigma_{2<1>}$ とする。

このとき、 δ_s と δ_c は下式により表わされる。

$$\delta_s = \sigma_1 h_s R_0 \quad \dots (7)$$

$$\delta_c = \sigma_2 h_c R_0 \quad \dots (8)$$

$$h_c = ((R_0^2 + R_1^2) / (R_0^2 - R_1^2) - \nu_c) / E_c$$

E_c : 覆工の弾性係数 R_0 : 覆工の内半径

ν_c : リボアソン比

$F(\sigma_1 = \sigma_{2<1>}) \leq 1$ のときは、ステージ2でも塑性領域は発生しないので、(1), (4), (5)式において $\sigma_{ra} = \sigma_1 = \sigma_{2<1>} = R_0$ として解を得る。

$F(\sigma_1 = \sigma_{2<1>}) > 1$ のときは、塑性領域が発生するので、 δ_s は下式により表わされる。

$$\delta_s = h_s R_0 \cdot \{(\sigma_0 - \sigma_{ra}) F(\sigma_1 = \sigma_{2<1>})^{1/b} - \alpha \sigma_0\} \quad \dots (7')$$

$\delta_s = \delta_c$ を満たす σ_2 を逐次代入法により求め、これを $\sigma_{2<2>}$ とし、(1)～(6)式において $\sigma_1 = \sigma_{2<2>}$ として解を得る。

② ステージ1で塑性領域が発生する場合

塑性領域がステージ2でさらに拡大するので δ_s は下式により表わされる。

$$\delta_s = h_s R_0 (\sigma_0 - \sigma_{rs}) \{ F(\sigma_1 = \sigma_2) \}^{1/b} - F(\sigma_1 = (1 - \alpha) \sigma_0) \}^{1/b} \cdots (7')$$

$\delta_s = \delta_c$ を満たす σ_2 を逐次代入法により求め、これを $\sigma_{2<3>}^*$ とし、(1)~(6)式において $\sigma_1 = \sigma_{2<3>}^*$ として解を得る。

なお、覆工の応力は、それぞれの場合において下式により与えられる。

$$\sigma_{rmax} = \sigma_{2<j>} \cdots (9) \quad (j=1 \sim 3)$$

$$\sigma_{\theta max} = 2 R_0^2 \sigma_{2<j>} (R_0^2 - R_f^2) \cdots (10)$$

3 理論解とFEM弾塑性解析

(1) STMFE

応力分配法を適用したFEM弾塑性解析結果と理論解を比較する。

本解析法(STMFE)は、モールの応力円が破壊包絡線を越える要素が発生したとき、超過応力を他の要素に分配するもので、No tension法を拡張した解析法と見なすことができる。

ただし、各分配時には物性値、平均応力、主応力方向を変化させない。

従って、収束するまでに多くの繰り返し計算を必要とするが、剛性マトリックスが一定なので、反復計算1回当たりの計算時間は大幅に少なく、収束安定性に優れている。

(2) 理論解とSTMFEの比較

理論解とSTMFEによって得られる地山の変位分布と応力分布を図-1に示す。

ただし、解析条件は次の通りである。

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= 1500 t/m^2 & E &= 50000 t/m^2 & \nu &= 0.3 \\ c &= 100 t/m^2 & \phi &= 30^\circ & E_c &= 500000 t/m^2 \\ \nu_c &= 0.2 & R_0 &= 5m & R_1 &= 4.8m & \alpha &= 0.8 \end{aligned}$$

また、FEM解析モデルは、(1)式から推定できるように、トンネル掘削面の半径を R_0 と考えて領域を大きくとるか、塑性領域の外側を BEMで取り扱うか、半無限要素を適用する必要がある。ここでは、領域を半径100mの1/4円とした。

両者の解は変位、応力とも良く一致している。このことから、Kastnerの弾塑性理論解においても、掘削比を導入することにより、覆工の時期と剛性及び切羽の支保効果を考慮できることが分かる。

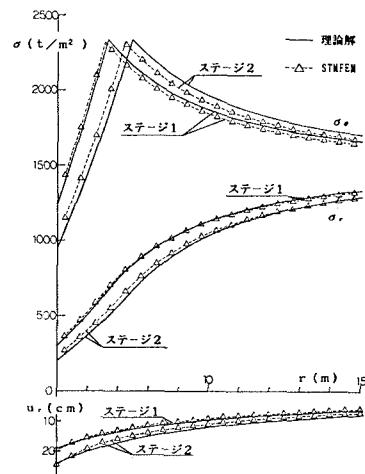


図-1 理論解とSTMFEの比較

(3) 塑性領域の推定法

塑性領域の体積は不变という仮定に議論の余地はあるが、図-1あるいは(1)式によれば、不連続性の小さい地山において変位計測結果から塑性領域を推定することは困難であると判断される。

そこで、改めて $\Delta \sigma_\theta$ に注目することを提案する。例えば、ひずみゲージをはりつけたH鋼をロックボルトと同様の方法で設置して、掘削面に平行方向の応力変化を計測する。(2)の解析条件の下で、この計器を覆工打設の直前に設置すると、図-2に示すような $\Delta \sigma_\theta$ の分布が得られ、塑性領域の境界が明確な変曲点として表われる。今後、降伏条件、降伏特性の現実性、切羽の支保効果などについて検討する必要があるが、現場への適用が期待される。

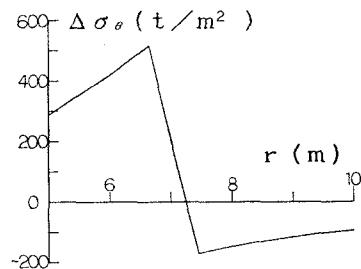


図-2 $\Delta \sigma_\theta$ の分布

参考文献

- 1) 土岐・三浦：地盤-構造物系の非線形地震応答解析、土木学会論文報告集、第317号
- 2) 土質工学会：堆積軟岩の工学的性質とその性質、土質基礎工学ライブラリー-30