

III-57

東京湾横断道路シールドトンネル覆工荷重確認実験(その2)

— 覆工にかかる外力の算定 —

東京湾横断道路幹

下村真弘

東京湾横断道路幹

元山 宏

東京湾横断道路幹

正会員

金井 誠

大成建設株式会社技術研究所

正会員

○今村 聡

1. はじめに

本実験において得られる覆工模型のひずみゲージの出力から、断面力(曲げモーメント, 軸力)を算出し、その絶対値および分布形状から覆工模型に働いている外力の分布を逆算する方法を提案する。

2. 外力分布式の誘導

(1) 実測された曲げモーメント $M(\theta)$, 軸力 $N(\theta)$ を、周期 2π の周期関数と考え、〈式-1〉, 〈式-2〉のようにフーリエ展開する。

$$M(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^6 (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad \text{〈式-1〉}$$

$$N(\theta) = c_0 + \sum_{n=1}^6 (c_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \quad \text{〈式-2〉}$$

(2) 16個の曲げモーメントの実測値および16個の軸力の実測値から、 $a_0 \sim a_6$, $b_1 \sim b_6$, $c_0 \sim c_6$, $d_1 \sim d_6$ を最小二乗法により決定する。

(3) 円形はりモデルの基礎式から、曲げモーメント $M(\theta)$, 軸力 $N(\theta)$ は〈式-3〉, 〈式-4〉のように与えられる。

$$M(\theta) = EI \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right] \quad \text{〈式-3〉}$$

$$N(\theta) = EA \left[\frac{\partial \eta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \cdot u \right] \quad \text{〈式-4〉}$$

ここに EI ; 曲げ剛性 EA ; 引張剛性 r ; 半径 u ; 半径方向の変位 η ; 接線方向の変位

(4) 〈式-3〉, 〈式-4〉から、 η の項を消去すると、 u に関する常微分方程式〈式-5〉が得られる。〈式-6〉の右辺は、 θ のみの関数であり〈式-1〉, 〈式-2〉より、〈式-6〉の形で表せる。

$$u + \frac{d^2 u}{d\theta^2} = -r^2 \left[\frac{M(\theta)}{EI} - \frac{1}{r} \cdot \frac{N(\theta)}{EA} \right] \quad \text{〈式-5〉}$$

$$u + \frac{d^2 u}{d\theta^2} = a_0 + \sum_{n=1}^6 (\alpha_n \cos n\theta + \beta_n \sin n\theta) \quad \text{〈式-6〉}$$

(5) 〈式-6〉を以下の初期条件のもとで、解くと $u(\theta)$ は〈式-7〉で与えられる。〈式-7〉の中で、 C_1 , C_2 のみが未知数である。〈式-7〉中の $C_1 \cos \theta + C_2 \sin \theta$ の項は、円形はりの絶対変位を表わすものでひずみを伴わないものであり、外力分布の同定には任意の値を与えればよい。

$$\text{初期条件} \quad u_{\theta=0} = C_1, \quad \frac{du}{d\theta}_{\theta=0} = C_2$$

$$\begin{aligned} u(\theta) = & (C_1 - a_0) \cos \theta + C_2 \sin \theta + \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\theta}{2} \sin \theta \\ & + \sum_{n=2}^6 \alpha_n \left[\frac{1}{n^2 - 1} \cos \theta - \frac{1}{n^2 - 1} \cos n\theta \right] + \beta_1 \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{2} \\ & + \sum_{n=2}^6 \beta_n \left[\frac{n}{n^2 - 1} \sin \theta - \frac{1}{n^2 - 1} \sin n\theta \right] \quad \text{〈式-7〉} \end{aligned}$$

(6) 円形はりモデルの基礎式は、〈式-8〉, 〈式-9〉で与えられ、式の中に $u(\theta)$, $\partial \eta / \partial \theta$ を代入し、外力分布 $p(\theta)$, $q(\theta)$ が求められる。 $\partial \eta / \partial \theta$ は〈式-7〉を〈式-2〉に代入して算定する。

$$p(\theta) = \frac{EI}{r^4} \left[r \frac{\partial^3 \eta}{\partial \theta^3} - \frac{\partial^4 u}{\partial \theta^4} \right] - \frac{EA}{r^2} \left[r \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + u \right] \quad \text{〈式-8〉}$$

$$q(\theta) = -\frac{EI}{r^4} \left[r \frac{\partial^2 \eta}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^3} \right] - \frac{EA}{r^2} \left[r \frac{\partial^2 \eta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right] \quad \text{〈式-9〉}$$

3. 覆工に働く外力分布の逆算

外力分布の逆算手法が適切であるかどうか評価するために、以下の手順で検証を行った。

図-1に示す外力分布を用いて断面力（曲げモーメント、軸力）を算定した。算定結果を図-2中の○印に示す。

次に、図-2に示す断面力に、外力分布逆算の手法を適用したところ、同図の実線に示すような断面力分布がフーリエ級数により近似される。さらに、フーリエ級数で近似された断面力の分布から、外力分布を算定した。算定結果を図-3に示すが、図-1に示す外力分布と比較して、非常によく精度で外力分布を再現できることがわかる。

しかし、ひずみゲージの値には、様々な実験誤差が含まれており、上述した様に6次までのフーリエ級数で曲げモーメント・軸力の値を近似した場合、実験結果に追従するあまり非現実的な曲げモーメント・軸力分布を仮定した上で、外力分布を計算してしまう。この弊害を避けるため、実験値からの外力分布の算定にあたっては明らかにおかしいデータは除去するとともに、フーリエ級数の次数をおとして、（曲げモーメント4次、軸力0次）1種のスムージング（未知数の数を減らして、回帰方程式の数を増やす）をデータに対して行い、確からしい外力分布を求めるようにした。

外力分布の算定の例として、ケース3（改良地盤、ゆるみ2mm）の場合の覆工に生じる断面力を図-4に、覆工に働く外力分布を図-5に、慣用設計法による外力分布を図-6にそれぞれ示す。図-4の点○は実測値で実線は外力分布を求めるためにフーリエ近似したもので、曲げモーメントに対しては4次、軸力に関しては0次で近似したものである。

4. 結論

覆工模型に生じた断面力（曲げモーメント、軸力）をフーリエ近似することにより、覆工にかかる外力分布を求めることができた。

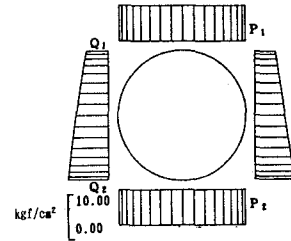


図-1 断面力算定に用いた外力分布図

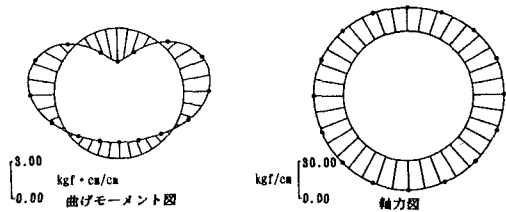


図-2 断面力図（モーメント 6次、軸力 6次）

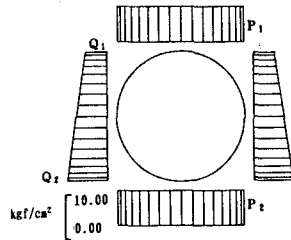


図-3 逆算された外力分布図（モーメント 6次、軸力 6次）

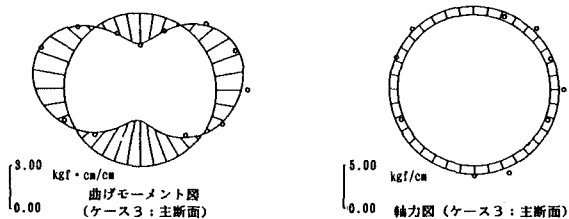


図-4 フーリエ級数により近似された曲げモーメントと軸力図
（ケース3、ステップ1、 $\sigma_1 = 0.193 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_1 = 0.192 \text{ kg/cm}^2$ ）

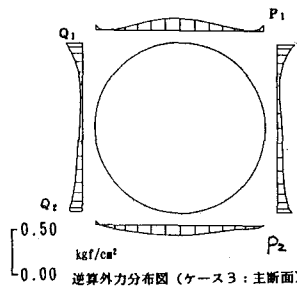


図-5 逆算された外力分布図

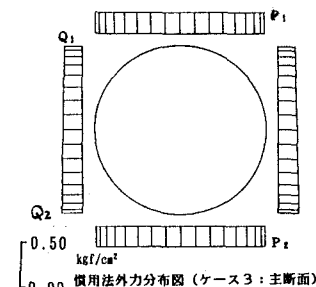


図-6 慣用設計法による外力分布図
（ケース3、ステップ1、 $\sigma_1 = 0.193 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_1 = 0.192 \text{ kg/cm}^2$ ）