

PSⅢ-20 極限つり合い法による地盤の支持力解析に関する考察

福山大学工学部 西原 晃

金沢大学工学部 太田 秀樹

1. はじめに

土質力学における破壊問題の解法は、極限つり合い法、すべり線解析法、極限解析法の3つに大別される。これらの方法のうち、極限つり合い法は最も古くから、また現在においても広く用いられている解析法であるが、すべり線解析法あるいは極限解析法によって得られる解と正解との関係が明確であるのに対して、極限つり合い法による解が正解に対してどのような関係にあるのか明らかではない。そこで、本報告では、地盤の支持力解析を例に、極限つり合い法によって得られる解と正解との関係について考察した。

2. 剛塑性材料における破壊時の条件式

土質力学における破壊問題の解析においては、土は剛塑性材料と仮定されることが多いが、剛塑性材料の破壊時においては以下の条件が満足されなければならない。

- ①応力のつり合い条件 ②応力に関する境界条件 ③破壊条件
- ④ひずみ増分－速度関係 ⑤速度に関する境界条件 ⑥応力－ひずみ増分関係（流れ則）

さて、①～⑥のすべての条件を満足するような解（正解）を求めることは容易ではなく、そのため実際にはこれらの条件式のうちの限られた条件を満足するような解が求められる。たとえば、①、②、③の条件を満たすような応力（静的可容応力）から導かれる支持力などの解は正解より大きくないことが保証される（下界定理）。また、④、⑤の条件を満足するようなひずみ増分および速度（動的可容速度）に対して⑥の関係を満足するような応力場から導かれる解は正解より小さくはないことが保証される（上界定理）。

ところで、極限つり合い解析では、地盤をすべり線によっていくつかのブロックに分け、すべり線上の応力が破壊条件を満足するという条件のもとで、ブロックに作用する外力（物体力と表面力）のつり合いから解が求められる。したがって、応力に関する条件のうち、つり合い条件と力学的境界条件は満足されるが、破壊条件に関しては、すべり線上の応力についてのみ考え、ブロック内部の応力状態については考慮されていないため、極限つり合い解析によって得られる解が下界であることは保証されない。また、速度場は考慮されないで上界であることも保証されない。

このように、極限つり合い解析によって得られる解と正解との関係は明確ではない。そこで、以下では浅い基礎の支持力問題を例に、極限つり合い解析で満足されるべき条件、i) つり合い条件、ii) 応力に関する境界条件、iii) すべり線上での破壊条件の3条件を満たすような応力場を求め、その応力場から得られる支持力が正解に対してどのような関係にあるかについて考える。

3. 極限つり合い法による浅い基礎の支持力解析

以下では、議論を簡単にするために、土の自重は考えない。いま、図-1に示すように、地盤をいくつかのブロックに分け、各ブロック内の応力は一定であるとする。また、ブロックを分ける線がすべり線であるとする、各線上のせん断応力 τ と垂直応力 σ は破壊条件、 $\tau = c + \sigma \tan \phi$ (1) を満足しなければならない。さて、図-1に示す各すべり線上で τ と σ が破壊条件式(1)を満足するためには、各ブロックに対して、図-2に示すような応力状態を考えなければならない。すべり線上の応力状態は応力円と破壊線の交点で表され、それらの交点と各応力円の極を結ぶ線の方向がすべり線方向を与える。図-2のすべり線 oa , ob , oc , od は応力の不連続線となるが、これらの線上における垂直応力とせん断応力は連続であり、地盤内の応力のつり合いが満足されている。したがって、図-2に示す応力状態は、極限つり合い解析で満足されるべきi)～iii)の3条件を満たしている。しかし、この応力状態はブロック内部で破壊条件を破っているため、静的に可容な応力ではない。一方、ブロックの運動を考えると、図-2の各すべり線は速度の不連続線と

なり、動的に可容な速度場を考えることができる。この速度場から上界定理を用いて求めた支持力は図-2 (a)の点Qで与えられる支持力に一致し、したがって、図-2に示される応力場は支持力の上界値を与える。

ブロック内部にさらに応力不連続線を考えて、ブロックを分割すれば、図-3に示すように破壊条件を破らないような応力状態も考えることができる。この応力状態は極限つり合い解析で満足されるべき条件を満たすと同時に、ブロック内においても破壊条件を破っていないため静的に可容であり、その支持力は下界となる。一方、応力不連続線ol,om,on上の応力は破壊条件を満足しないため、これらの線はすべり線となり得ず、図-3 (b)に示すようなすべり線に対しては動的に可容な速度場を考えることができない。

このように、極限つり合い解析では、ブロック内部の応力状態の考え方によって上界値と下界値の2通りの解が得られる。図-4は、遷移領域の分割数を変えて、支持力の上・下界値を求めたものであり、分割数を増やすにしたがって両者は急速に正解に近づく。また表-1は、遷移領域を6分割した場合について、支持力係数 N_c 、 N_q の上界値、下界値を求めたものであり、6分割程度の荒い分割でも、正解にかなり近い上・下界値を求めることができる。

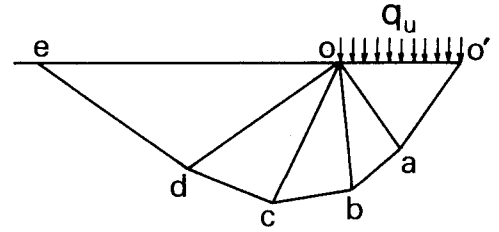
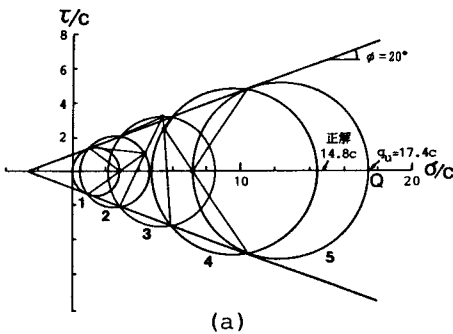
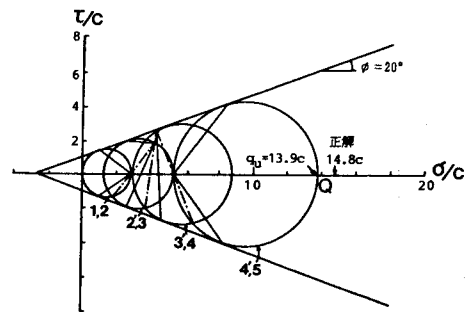


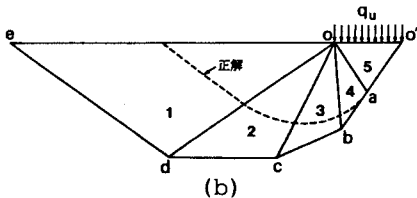
図-1 地盤のブロック分割



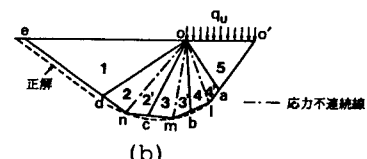
(a)



(a)



(b)



(b)

図-2 各ブロックの応力とすべり線（上界）

図-3 各ブロックの応力とすべり線（下界）

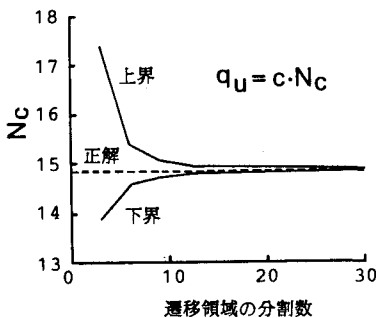


図-4 分割数と支持力の上・下界値 ($\phi = 20^\circ$)

表-1 支持力係数 N_c 、 N_q の正解と上・下界値

ϕ	N_c			N_q		
	下界	正解	上界	下界	正解	上界
0	5.11	5.14	5.22	1.00	1.00	1.00
10	8.25	8.34	8.53	2.46	2.47	2.50
20	14.6	14.8	15.4	6.31	6.40	6.60
30	29.3	30.1	32.0	17.9	18.4	19.5
40	71.6	75.3	84.1	61.1	64.2	71.6