

PSIII-3

粗粒土のせん断変形と強度についての2, 3の知見

八戸工業大学 正員 諸戸 靖史

1. 内部摩擦角と締り具合

土のような粒状体では土体の中に仮想の面を入れその面で摩擦法則を適用する。このように発揮される摩擦を‘内部摩擦’と呼んでいる。土はせん断力に無限に抵抗できないのでその抵抗の最大値 τ_f は粒子の詰まり具合いと粒子物性の関数として定まる。そしてこの τ_f は

$$\tau_f = \sigma_n \tan \phi \quad (\text{Amonton - Coulomb}) \quad (1)$$

$$\tau_f = (\sigma_n - u) \tan \phi' \quad (\text{Terzaghi}) \quad (2)$$

と書かれている。テルツアギー、内部摩擦角 ϕ' は実用的には応力経路によらない状態量としている (Terzaghi, 1943)。この ϕ' の値は重要なものである。通常の土構造物や基礎の安定性の対象となる粗粒土の斜面や地盤はあまり緩いものはない。そして、通常の設計には慣用の3軸圧縮で排水試験が行われるのである。

諸戸は最上の式を用いて、同一の材料については次の係数

$$k = (1 + e) \sin \phi' \quad (\phi' = \phi_d) \quad (3)$$

の一定性が良いことを、シルト、砂、レキについて調べて示している (諸戸1976a; Moroto, 1982)。そして、このkは通常の拘束圧の下では

$$k = a e_{\min} + b \quad (a, b: \text{粒子物性で定まる定数}) \quad (4)$$

で表され、拘束圧が高くなり粒子破碎が激しくなった領域では e_{\min} にかかわらず

$$k = c \quad (\text{const}) \quad (5)$$

に近づいていくことも示している。つまり、通常の拘束圧の下では

$$\sin \phi' = a C_f + \alpha \rho_d^* \quad (6)$$

$$(C_f = \frac{1 + e_{\min}}{1 + e}, \alpha = (b - a), \rho_d^* = \frac{1}{1 + e})$$

となり、内部摩擦角 ϕ' は締固め度 C_f と密度 ρ_d^* の関数となることが知られるのである。

一方、高い拘束圧の下では

$$\sin \phi' = \frac{c}{1 + e} = c \rho_d^* \quad (7)$$

となり、密度が重要な要素となるのである。つまり、拘束圧 σ_3 と粒子の破碎強度 σ_t の比率 $\lambda = \sigma_t / \sigma_3$ を考える場合、この λ が通常の範囲では ϕ' は締固め度と密度の両方に依存し、 λ が小さくなるにしたがつてaの値がゼロに向かう。それと共に $\alpha \rightarrow c$ となるのである。この事は通常の材料で通常の拘束圧では粒度や粒子形状に關係して生ずるダイレイタンシーの大きさが強度に寄与し、 λ が小さくなるにつれて、その影響が消滅して行き、密度だけが問題となる。この事は高い拘束圧が発生する部所では粒度の良い、丸っぽい粒子でしかも硬質粒子からなる材料が良いことを示すものである。

2. エントロピー硬化についての考察

諸戸はせん断時において次のような量 S_s を導入し‘粒状体のエントロピー’と呼んだ。

$$S_s = \int \frac{(\text{せん断塑性仕事増分})}{(\text{有効拘束圧})} \quad \begin{array}{l} \text{諸戸 (1976a,b)} \\ \text{Moroto (1983, 1985)} \end{array} \quad (8)$$

ここで、拘束圧として三軸試験では有効平均応力 p' 、側圧 σ_3' 、単純せん断では上載圧 σ_n' などをあてれば良い。松岡・中井の t_{ij} を用いた表示 (Nakai, 1987) もこの範囲にはいる。熱力学との整合性を

考えれば係数 β と温度 T を用いて (β/T) を乗じた方が良いという事かも知れないが、実験中に供試体の温度の変化は殆ど観測されない（手で触った限り）ので実質的には S_s を‘エントロピー’と呼んでも差し支えないことにしている。

一方、情報理論の考え方によれば

$$H = \sum p_i \ln p_i, \quad \Sigma p_i \ln p_i, \quad \Sigma p_i \ln (p_i/\Omega)$$

によるエントロピーが定義されているが、これらを用いた粒状体のエントロピーは最上（1965）、金谷（1981）と諸戸（1976a, 1983）のものがある。これらと S_s を比べるには次の増分方程式を用いるのが合理的であると考えられる。

$$dH = f(x) dS_s \quad (9)$$

ここで x は H を算定するために用いられているパラメタである。

さて、変形のために強さが変化する。この変化が正の場合を‘硬化’という。よく‘ひずみ硬化’とか‘加工硬化’という言葉が用いられる。粒状体の変形の場合どうであろうか。巨視的にみればダイレイタンシー係数が硬化の大きさの尺度となっている。ダイレイタンシー係数を選択することによりエネルギー修正式を用いてこの状況が記述される。諸戸は例えば、

$$S_R = \int \frac{dW_s^p}{\sigma_3} \quad (10)$$

とダイレイタンシー係数 dV/dE_a との間に良い相関があることを示している（諸戸、1986）。この事はともなおさず、粒状体の硬化が‘エントロピー硬化（entropy hardening）’、と呼べるのではないかということを示唆しているように思われる。

3. 引用文献

- Kanatani,K.(1981):The use of entropy in the description of granular materials,
Powder Technology, Vol.30,pp.217-223
- Mogami,T.(1965):A statistical approach to the mechanics of granular materials,Soils and
Foundations,Vol.5,No.2,pp.26-36
- 諸戸 靖史（1976a）：粒状体の変形と強度に関する基礎的研究、学位論文
- Moroto,N.(1976b):A new parameter to measure degree of shear deformation of granular material in
triaxial compression,Soils and Foundations,Vol.20,No.4,pp.1-10
- Moroto,N.(1982):An application of Mogamis strength formula to the classification of granular
soils,Soils and Foundations,Vol.22,No.1,pp.21-27
- Moroto,N.(1983):The entropy of granular materials in shearing deformation,Mechanics of granular
materials:New models and constitutive relations(eds.Jenkins & Satake),Elsevier
Science Publishers,pp.187-194
- Moroto,N.(1985):Shearing deformation of granular materials such as sand,Journal of Powder &
Bulk Solids Technology,Vol.9,No.3,pp.7-18
- 諸戸靖史（1986）：レキの粒子物性およびせん断強度、粗粒材料の変形・強度特性とその試験法に関するシ
ンポジウム発表論文集、土質工学会、pp.69-74
- Nakai,T.(1987):Elasto plastic models considering the stress path dependency of soil in three-
dimensional stresses,Proc.of 2nd International Conference on Constitutive Laws
for Engineering Materials,Vol.1,pp.429-436
- Terzaghi,K.(1943):Theoretical Soil Mechanics,John Wiley and Sons,New York.