

## II-403 統計量を用いた樹枝状管網の状態推定

北海道大学工学部 船水尚行, 高桑哲男

### 1. はじめに

既存管網の管理においては管網の状態推定, すなわち各節点の流出水量や管路能力の推定が必要である。管網の状態に關与する変量は管径・管路長・流速係数より成る管路係数 $S$ , 管路流量 $Q$ , 節点エネルギー位 $E$ , 節点流出水量 $P$ の4種類である。ここでは, 前報<sup>1)</sup>で述べたように, 流出水量の変動にともなう各節点の動水位の変動をモニターする場合をとりあげ, その代替である各節点のエネルギー位 $E$ の統計量を用いて管路係数 $S$ , 管路流量 $Q$ , 節点流出水量 $P$ を推定する方法を樹枝状管網を対象に報告する。

### 2. $E$ の統計量を用いた $S, Q, P$ の推定法

状態推定法の導出にあたり以下のような状況を設定する。

- (1)すべての節点のエネルギー位は既知である。
- (2)流出水量の総和は既知である。これにより, 配水基地に接続する管路の管路係数が既知となる。
- (3)各節点の流出水量の変動は節点ごとに独立で節点間に相関はない。

このような管網について配水基地より順次下流の管路の管路係数を推定する方法を考察する。

図-1のように樹枝状管網の一部をとりだし, 注目する節点を $I_0$ , 上流の節点を $I_{-1}$ , 下流の節点を $I_i$  ( $i=1, \dots, n$ )とする。また, これらの節点を接続する管路を図のように定める。図-1において既知の量は管路0の管路係数 $S_0$  (管路流量 $Q_0$ )と $N$ 組の各節点のエネルギー位のデータ ( $E_{-1}, E_0, E_1, \dots, E_n$ ) <sub>$k$</sub>  ( $k=1, \dots, N$ )であり, 推定する量は管路係数 $S_j$ , 管路流量 $Q_j$  ( $j=1, \dots, n$ ), 節点 $I_0$ の流出水量 $P_0$ である。

節点 $I_0$ の流出水量の真値を $P_0^*$ , 推定値を $P_0$ , 管路流量の真値を $Q_j^*$ , 推定値を $Q_j$ とすると,  $P_0^*$ と $P_0$ の関係は

$$P_0 = P_0^* + \sum_{j=1}^n (Q_j^* - Q_j) \quad \text{----- (1)}$$

となる。 $Q_j$ ,  $Q_j^*$ を管路係数の真値 $S_j^*$ , 推定値 $S_j$ を用いて表現すると, 式(1)は

$$P_0 = P_0^* + \sum_{j=1}^n (1 - S_j / S_j^*) Q_j^* \quad \text{----- (2)}$$

となる。式(2)を用いて $P_0$ の分散の推定値  $(P_0 - P_0^*)^2$  を計算すると,

$$\begin{aligned} (P_0 - P_0^*)^2 &= (P_0^* - P_0^*)^2 + \left\{ \sum_{j=1}^n (1 - S_j / S_j^*) (Q_j^* - Q_j^*) \right\}^2 \\ &\quad + 2 \sum_{j=1}^n (1 - S_j / S_j^*) (P_0^* - P_0^*) (Q_j^* - Q_j^*) \quad \text{----- (3)} \end{aligned}$$

を得る。式(3)の右辺3項目の  $(P_0^* - P_0^*) (Q_j^* - Q_j^*)$  は節点 $I_0$ の流出水量と管路 $j$ の流量の共分散の真値である。 $Q_j^*$ は管路 $j$ の下流の節点の流出水量の総和と等しく, 各節点間の流出水量の変動が独立であることから,  $Q_j^*$ と $P_0^*$ のあいだには相関が存在しないことになる。すなわち, 式(3)の右辺3項目は常に0となる。以上のことから,  $S_j / S_j^* = 1$ すなわち管路係数の推定値が真値と一致するとき, 節点 $I_0$ の

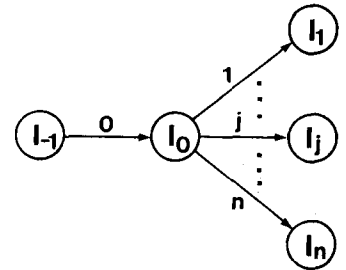


図-1 節点と接続管路

流出水量の分散の推定値は最小になることがわかる。よって、管路係数  $S_j$  は節点  $I_0$  の流出水量の分散の推定値を最小化することによって計算される。

既知の  $Q_0$  の値と節点エネルギー位のデータを用いて節点  $I_0$  の流出水量の分散の推定値を表現すると

$$\begin{aligned} (P_0 - \bar{P}_0)^2 &= (Q_0 - \bar{Q}_0)^2 - \sum_{j=1}^n S_j (Q_0 - Q_0) (e_j - \bar{e}_j) \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n S_j S_k (e_j - \bar{e}_j) (e_k - \bar{e}_k) \end{aligned} \quad (4)$$

を得る。ここで  $e_j = |E_0 - E_j|^{n-1} (E_0 - E_j)$  である。よって

$$\frac{\partial (P_0 - \bar{P}_0)^2}{\partial S_j} = 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad (5)$$

の線形  $n$  元連立方程式の根として  $S_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) が計算される。管路流量は管路係数の推定値とエネルギー位のデータにより推定され、最後に節点  $I_0$  の流出水量が計算される。

### 3. 計算例

計算対象管網を図-2に示す。管路長、流速係数はすべての管路についてそれぞれ  $L=1000\text{m}$ ,  $C_H=140$  とし、管路係数の違いは管径で代表させた。各節点における流出水量は平均値  $m$ , 標準偏差  $\sigma$  とし、 $m, m+\sigma, m-\sigma$  の3とおりの値をとるとし、 $L_{27}(3^{13})$  型直交表により27組のランダムな組合せをつくり、管網解析によって各節点のエネルギー位の変動データを用意した。なお、節点1を配水基地とし、 $E_1=30\text{m}$ と一定とした。表-1に各管路の直径、表-2に平均流量、表-3に各節点の流出水量を示す。

2. で示した方法を節点2, 3, 4, 6, 7, 8, 12の順に適用して、管径、管路流量、流出水量の推定を行った。結果を表-1~3中の推定値の欄に示す。真値と推定値は完全に一致しており、本方法の確かさが確認された。

### 4. おわりに

各節点のエネルギー位のデータより管路係数、管路流量、流出水量を推定する方法を提案し、その妥当性を示した。一般の管網を対象とする場合や、各節点の流出量の変動に相関の存在する場合については今後の課題としたい。

(参考文献)

高桑哲男, 船水尚行; 配水管網の状態推定について, 第40回全国水道研究発表会講演集(1989, 5)

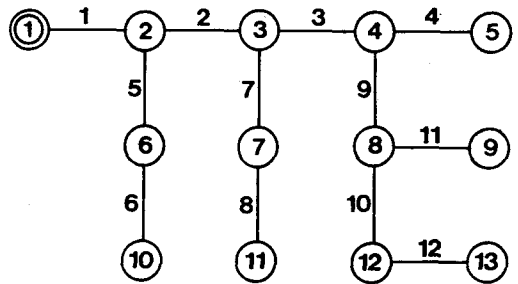


図-2 計算対象管網

表-1 管径D(m)

管路	真値	推定値
1	2.0	—
2	1.5	1.50000
3	1.2	1.20000
4	0.8	0.80000
5	0.8	0.80000
6	0.5	0.50000
7	1.0	1.00000
8	0.7	0.70000
9	0.9	0.90000
10	0.7	0.70000
11	0.6	0.59998
12	0.6	0.60000

表-2 平均流量 $Q(\text{m}^3/\text{s})$

管路	真値	推定値
1	6.7	6.70000
2	5.1	5.10000
3	3.2	3.20001
4	0.6	0.60000
5	1.2	1.20001
6	0.6	0.60000
7	1.1	1.10000
8	0.7	0.70000
9	2.1	2.10000
10	1.2	1.19999
11	0.4	0.39996
12	0.4	0.40000

表-3 流出水量 $P(\text{m}^3/\text{s})$

節点	真 値			推 定 値		
	m	$m+\sigma$	$m-\sigma$	m	$m+\sigma$	$m-\sigma$
2	0.4	0.54142	0.25858	0.39999	0.54148	0.25857
3	0.8	1.04495	0.55505	0.79999	1.04494	0.55505
4	0.5	0.67321	0.32679	0.50001	0.67321	0.32680
5	0.6	0.77320	0.42679	0.60000	0.77320	0.42679
6	0.6	0.77320	0.42679	0.60001	0.77321	0.46680
7	0.4	0.54142	0.25858	0.40000	0.54142	0.25858
8	0.5	0.67321	0.32679	0.50005	0.67325	0.32684
9	0.4	0.50000	0.30000	0.39996	0.49995	0.29996
10	0.6	0.77320	0.42679	0.60000	0.77321	0.42680
11	0.7	0.90000	0.50000	0.70000	0.90000	0.50000
12	0.8	1.02361	0.57639	0.79999	1.02360	0.57639
13	0.4	0.54142	0.25858	0.40000	0.54142	0.25858