

II-346

飛砂, 流砂における乱れによる砂粒の応答特性

京 都 大 学 大 学 院 学 生 員 三 島 豊 秋
 京 都 大 学 防 災 研 究 所 正 員 土 屋 義 人
 五 洋 建 設 株 式 有 限 公 司 正 員 坂 野 雅 人

1. 結 言 砂の流送現象には飛砂および流砂などがあり, 一樣流中における砂の流送現象としては両者は同じ現象であると言える。しかしながら, 一樣流中における砂粒は乱れによる変動外力を受けて動的な挙動をしていることを考慮した場合, 両者には密度比の相違に伴う乱れに対する砂粒の応答特性の相違が現れ, その相違が両者を特徴づける重要な要素になっていると思われる。また, その力学的位置付けを明かにし, 一樣流中における砂の流送現象として両者を統一する意味でも両者の相違を明かにすることは重要な課題であると思われる。本研究では, 流体中における砂粒の運動方程式に基づいて乱れに対する砂粒の応答特性を求め, 空気および水中における砂粒の応答特性を明らかにすることにより, 飛砂および流砂における砂粒の挙動の相違を明らかにする。

2. 砂粒の運動方程式 図-1のような座標系に基づいて砂粒の運動方程式を考える。抗力係数は球の抗力係数に関する標準曲線に基づいた次式の近似式

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + k_1 Re^{\frac{1}{2}} + k_2 Re) \quad (1)$$

を用い, また, 揚力係数はMagnus効果および流速の勾配による揚力を考慮して次式で表す。

$$C_L = \frac{1}{|\langle \vec{v} \rangle|} (C_{LS} + C_{LN}) \quad C_{LS} = K_s \left(\left| \frac{\partial u_{f1}}{\partial z} - \frac{\partial u_{f2}}{\partial x} \right| \right)^{1/2} \left(\frac{\partial u_{f1}}{\partial z} - \frac{\partial u_{f2}}{\partial x} \right),$$

$$C_{LN} = D \left\{ \Omega - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{f1}}{\partial z} - \frac{\partial u_{f2}}{\partial x} \right) \right\}, \quad (2)$$

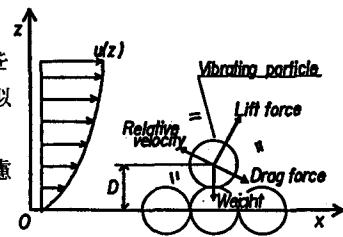


図-1 砂粒に働く外力
および座標系

ここに, Re はReynolds数, u_{f1} および u_{f2} は流速の x および z 方向成分, Ω は砂粒の角速度, V_r は流速と砂粒の速度の相対速度成分, D は砂粒の粒径であり, また, k_1 , k_2 および K_s はそれぞれ0.152, 0.0151および4.114で与えられる。流速を平均流速成分および乱れの変動速度成分に分離し, 同様に砂粒の速度に関してもそれらの外力に対応する成分に分離して考える。砂粒および流体の変動速度成分に関して線形近似すると, 乱れに対する砂粒の応答特性を表す無次元の運動方程式として次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{dV_{r1}^*}{d\tau} + \frac{9}{(\sigma/\rho + C_H) Re^{*1/2}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{dV_{r1}^*}{dt} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} + \frac{18}{(\sigma/\rho + C_H) Re^*} (A_{11}^* V_{r1}^* + A_{12}^* V_{r2}^*) &= \frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + C_H} \frac{du_{f1}^*}{d\tau} \\ \frac{dV_{r2}^*}{d\tau} + \frac{9}{(\sigma/\rho + C_H) Re^{*1/2}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{dV_{r2}^*}{dt} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} + \frac{18}{(\sigma/\rho + C_H) Re^*} (A_{21}^* V_{r1}^* + A_{22}^* V_{r2}^*) &= \frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + C_H} \frac{du_{f2}^*}{d\tau} \\ A_{11}^* &= 1 + \frac{3}{2} k_1 Re^{*1/2} |\langle \vec{v} \rangle^*|^{1/2} + 2k_2 Re^* |\langle \vec{v} \rangle^*|, \quad A_{12}^* = -\frac{1}{24} \left\{ K_s \left(\frac{Re^*}{K} \right)^{1/2} + Re^* \left(\langle \Omega \rangle^* - \frac{1}{2K} \right) \right\} + \frac{Re^*}{18K}, \\ A_{21}^* &= \frac{1}{24} \left\{ K_s \left(\frac{Re^*}{K} \right)^{1/2} + Re^* \left(\langle \Omega \rangle^* - \frac{1}{2K} \right) \right\}, \quad A_{22}^* = 1 + k_1 Re^{*1/2} |\langle \vec{v} \rangle^*|^{1/2} + k_2 Re^* |\langle \vec{v} \rangle^*|. \end{aligned} \quad (3)$$

ここに, $\langle \rangle$ および $(\quad)$ はそれぞれ平均速度および変動速度成分, u_r は摩擦速度, K はKarman定数, σ および ρ はそれぞれ砂粒および流体の密度である。

3. 砂粒の応答特性 $z=D$ における無次元平均流速($=Ar$)および次式

$$u_{p1}^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{u}_{p1} e^{i\omega_n^* \tau}, \quad u_{f1}^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{u}_{f1} e^{i\omega_n^* \tau}, \quad (4)$$

で表される乱れの変動流速成分を仮定すると, 式(3)は次式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \hat{u}_{p1}^* \\ \hat{u}_{p2}^* \end{bmatrix} &= \sum_{i=1}^2 B \begin{bmatrix} \hat{u}_{f1}^* \\ \hat{u}_{f2}^* \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = B_p^{-1} B_f, \quad \alpha_1 = \frac{9}{\sigma/\rho + C_H}, \quad \alpha_2 = \frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + C_H}, \\ B_f &= \begin{bmatrix} (1 - \alpha_2) i \omega_n^* + \frac{(1+i)\alpha_1}{Re^{*1/2}} \sqrt{\frac{\omega_n^*}{2}} + \frac{2\alpha_1 A_{11}^*}{Re^*} & \frac{2\alpha_1 A_{12}^*}{Re^*} \\ 2\alpha_1 \frac{A_{21}^*}{Re^*} & (1 - \alpha_2) i \omega_n^* + \frac{(1+i)\alpha_1}{Re^{*1/2}} \sqrt{\frac{\omega_n^*}{2}} + \frac{2\alpha_1 A_{22}^*}{Re^*} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} i\omega_n^* + \frac{(1+i)a_1}{Re^{*1/2}} \sqrt{\frac{\omega_n^*}{2}} + \frac{2\alpha_1 A_{11}^*}{Re^*} & 2\alpha_1 \frac{A_{12}^*}{Re^*} \\ 2\alpha_1 \frac{A_{21}^*}{Re^*} & i\omega_n^* + \frac{(1+i)a_1}{Re^{*1/2}} \sqrt{\frac{\omega_n^*}{2}} + \frac{2\alpha_1 A_{22}^*}{Re^*} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここに、 u_{p1}^* および u_{p2}^* は砂粒の変動速度の x および z 方向成分である。また、式(7)に基づいて z 方向に関する砂粒の変動速度成分の強度を求めると次式ようになる。

$$\sqrt{\hat{u}_{p2}^{*2}} = \frac{\sqrt{\hat{u}_{p2}^{*2}}}{u_*^*} = \left\{ \int_0^\infty \varphi_z^2 S(x) dx \right\}^{1/2} \quad (6)$$

ここに、 $\varphi_x = B_{21} + \lambda B_{22}$ で表される φ_x^2 は砂粒の応答関数、 $S(x)$ は乱れのパワースペクトル密度関数であり、また、 λ は乱れの相関係数である。図-2は空気および水中における砂粒の応答関数を示したものである。この図からわかるように、空気および水中における砂粒の応答特性の大きな相違は、空気中における応答関数は無次元周波数が 10^{-4} 付近から急激に減少し、砂粒は乱れの高周波成分の影響を受けないのに対して、水中においては乱れの高周波成分の影響を大きく受けることである。一般に応答関数は、低周波帯においては抗力の影響が、また高周波帯においては流れの慣性力項の影響が卓越する。流れの慣性力項が卓越するところでは流体と砂粒の密度比の影響が大きく現れ、それが図-2における空気および水中の応答関数の相違の原因であると考えられる。図-3は、欄津による乱れのパワースペクトル密度関数を与えたときの空気および水中における砂粒の変動速度成分のパワースペクトル密度関数の相違を示したものである。空気中における高周波側でのパワースペクトル密度関数の減少は応答関数の減少に従っており、また水中におけるそれはほぼ乱れのパワースペクトル密度関数の減少に従っている。

4. 乱れによる砂粒のpick-up特性 乱れによる河床からの砂粒のpick-up特性を表す指標として、沈降速度を基準にした次式の無次元量を定義する。

$$\Lambda = \frac{\langle u_{p2} \rangle_g^*}{\sqrt{\hat{u}_{p2}^{*2}}} \quad \tau^* = \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gD}$$

$$\langle u_{p2} \rangle_g^* = \frac{4}{3\langle C_D \rangle^* |A_r - \langle u_p \rangle^*|} \left\{ \frac{4}{3} \left(\frac{K_s}{Re^{*1/2} K^{1/2}} + \langle \mathcal{D} \rangle^* - \frac{1}{2K} \right) (A_r - \langle u_p \rangle^*) - \frac{1}{\tau^*} \right\} \quad (7)$$

図-4は、乱れのパワースペクトル密度関数を与えたときの無次元量 Λ の空気および水中における相違を示したものである。乱れのパワースペクトル密度関数は $Re^* = 30 \sim 70$ で定義されているため、 Re^* の狭い範囲でしか示すことができないが、空気中においては乱れによるpick-upの可能性はほとんど無視できるのに対して、水中においては数パーセントの確率で乱れによって砂粒がpick-upすることを示しており、水中における砂粒の挙動を扱う場合乱れの影響を無視できない。

5. 結 語 流体中における砂粒の運動方程式に基づいて乱れに対する砂粒の応答特性を求め、空気および水中における応答特性の相違を砂粒と流体の密度比の相違に基づいてあきらかにした。

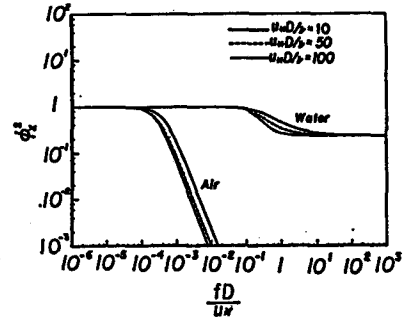


図-2 砂粒の応答関数の比較

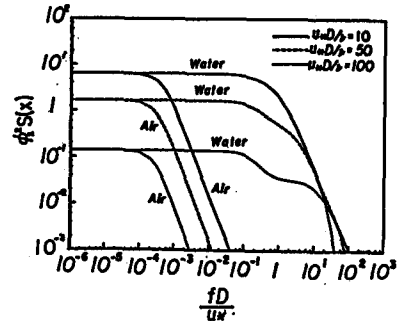


図-3 砂粒のパワースペクトル密度関数の比較

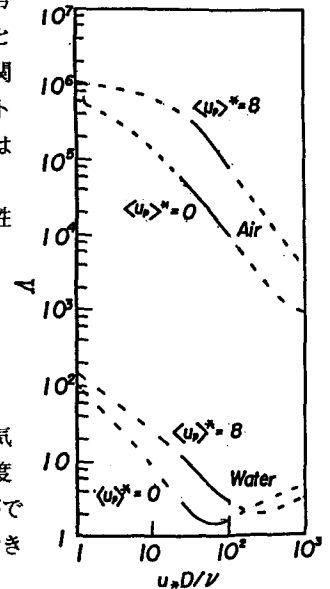


図-4 砂粒のpick-up特性の比較