

II-340 等角写像と水面波形の媒介変数表示を用いた砕波近傍の波動解について

北海道大学工学部 正 員 浜中建一郎

北海道大学工学部 学生員 浅川 典敬

1. まえがき 著者等¹⁾はこれまで、媒介変数で表される水面波形を用いた自由水面境界条件式を導き、それを用いて砕波近傍の波動解を論じた。その時、砕波発生点の定義としては便宜的に、波頂前後の最大傾斜角となる点での接線の交角が 120° となる時とした。一方石田等²⁾は等角写像による座標変換を用いて、斜面上の底面境界条件を厳密に満たす波動解を求め、砕波波形にかなり近い水面波形を得ている。しかしここでは、オイラー的水面波形の表現を用いて方程式を解いたうえでラグランジェ的方法で水面波形を推定し直すという方法がとられている。従ってこの方法では非線形性を考慮した解析を行うのは困難なようである。このことから、本研究では石田等による等角写像の方法に著者等による媒介変数表示による自由水面境界条件式を適用し、非線形性を考慮した解析を行い砕波近傍の波動解を論ずる。又、今回は前回に比べより砕波波形に近い水面波形が得られることが期待されたため、砕波発生点としては、波前面の一部が垂直に切り立つ時とした。これを用いて砕波波高を求めたが、強い過大評価を与えた。このことは、用いた解が2次近似解であることから、展開次数の低さを意味するとも考えられるが、少なくとも砕波に関しては、この種の方法の限界を示しているとも考えられる。

2. 解析方法 前回と同様全ての変量を波の角周波数と重力加速度とで無次元化したのち、 $Z = \log \omega$ の等角写像を用いて基礎方程式を表すと、 $\omega = \xi + i\zeta$ の (ξ, ζ) 空間上で、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{\xi\xi} + \phi_{\zeta\zeta} &= 0 \\ X_t &= s^2 \phi_{\xi\xi} - Q X_{\xi} \\ Y_t &= s^2 \phi_{\zeta\zeta} - Q Y_{\zeta} \\ Y/s + \phi_t + s^2(\phi_{\xi\xi})^2/2 + s^2(\phi_{\zeta\zeta})^2/2 &= 0 \\ \phi_{\xi} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{on } \xi = X, \zeta = Y \\ &\text{on } \xi = \xi_0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 ϕ は水粒子の速度ポテンシャル、 X, Y は水面の (ξ, ζ) 座標、 Q は水面での定常流をキャンセルさせるための変量、 $s^2 = \xi_x^2 + \xi_y^2$ である。(1)の第2式から第4式の ϕ は水面上での値であるから、 $(\xi, 0)$ 点の回りでのTaylor展開で与える。さらに、

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \{\varepsilon D^{(1,1)} + \varepsilon^2 D^{(2,1)}\} e^{i\theta} + \varepsilon^2 D^{(2,2)} e^{i2\theta} + \text{c.c.} \\ X &= \xi + \{\varepsilon A^{(1,1)} + \varepsilon^2 A^{(2,1)}\} e^{i\theta} + \varepsilon^2 A^{(2,2)} e^{i2\theta} + \text{c.c.} \\ Y &= \{\varepsilon B^{(1,1)} + \varepsilon^2 B^{(2,1)}\} e^{i\theta} + \varepsilon^2 B^{(2,2)} e^{i2\theta} + \text{c.c.} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

を代入する。ただし $\theta = \int k d\xi + t$ 。次に変形性に関しては Multiple scale 法を適用し、各振幅 D, A, B に対する ξ 軸上の微分は

$$\partial/\partial\xi = \varepsilon \partial/\partial\xi_1 + \varepsilon^2 \partial/\partial\xi_2 \quad (3)$$

で与えると、各調和成分ごとおよび ε のオーダーごとに振幅に関する方程式が得られる。これらの方程式は通常の摂動展開の時と同様、低次のオーダーから順に解けて、(1,1)のオーダーでは

$$D^{(1,1)} = -ia \cosh \alpha, \quad A^{(1,1)} = -ia s^2 k \cosh \beta, \quad B^{(1,1)} = -a s \cosh \beta \quad (4)$$

ただし $s k \tanh \beta = 1$, $\alpha \equiv k(\xi + \xi_0)$, $\beta \equiv k\xi_0$

(2,1)のオーダでは

$$\left. \begin{aligned} D^{(2,1)} &= C_1 \alpha^2 \cosh \alpha + C_2 \alpha \sinh \alpha, \quad B^{(2,1)} = -is C_1 \beta^2 \cosh \beta - is C_2 \beta \sinh \beta \\ A^{(2,1)} &= (-s^2 a_{\xi} + s^2 k C_1 \beta^2 + s k C_2 \beta) \cosh \beta - s^2 (a/k) \beta \sinh \beta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし $C_1 = -ak \xi_1 / 2k^2$, $C_2 = -a \xi_1 / k$, $a \xi_1 = -k \xi_1 a \beta k s^2 / (\beta k^2 s^2 - \beta + ks)$

(2,2)のオーダでは

$$\left. \begin{aligned} D^{(2,2)} &= ia^{(2)} \cosh 2\alpha, \quad a^{(2)} = 3a^2(k^2 s^2 - 1) \cosh^2 \beta / (4 \cosh 2\beta - 2ks \sinh 2\beta) \\ A^{(2,2)} &= \frac{i}{2} \{ ks^2 (2a^{(2)} \cosh 2\beta - a^2 k^2 s^2 \cosh^2 \beta + a^2 \cosh^2 \beta) \} \\ B^{(2,2)} &= \frac{s}{2} (4a^{(2)} \cosh 2\beta - 3a^2 k^2 s^2 \cosh^2 \beta + 3a^2 \cosh^2 \beta) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

の様に解が得られる。

3. 砕波波形と砕波波高 前節で示した非線形性に関して2次のオーダまでの解を用いて求めた砕波波形と砕波波高を示す。図1は海底勾配1/10で3種の沖波波高のもとでの砕波である。前面の切り立ちの様子はそれなり表されているものの overturning はあまり良く表されていない。又、砕波点以浅では全く非現実的な値をとっている。次に試みに波前面の一部が垂直に切り立った所を砕波の発生点としてその時の波高を調べたのが図2である。図中曲線は合田の砕波指標、印が海底勾配1/10の計算値である。計算値は強い過大評価を与えている。このことは近似次数の低さを示すと同時にこの種の方法の限界を示していると考えられる。

参考文献

- 1) 浜中建一郎：媒介変数で表される水面波形を用いた波の浅水変形と砕波，第35回海工，pp1-5, 1988
- 2) 細沼宏之・石田啓：等角写像による波の砕波に関する研究，第39回年講，pp253-254, 1984
- 3) 合田良実：港湾構造物の耐波設計，鹿島出版会，1977

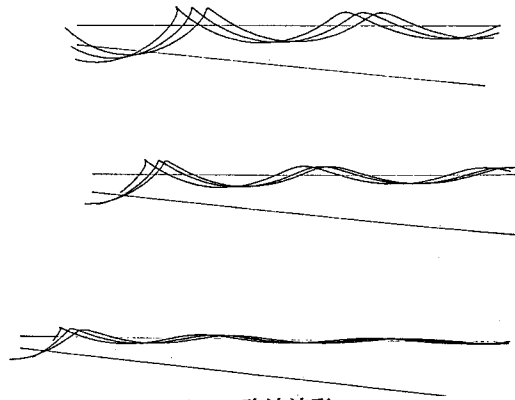


図1 砕波波形

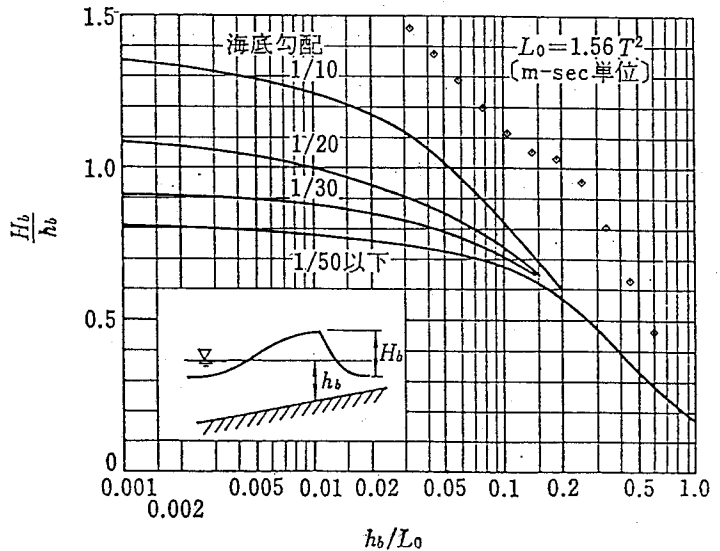


図2 砕波波高

○は 1/10