

II-339

非線形分散波理論の数値計算と大型水槽実験との比較

東北大学大学院 学生員 ○富澤 大
 東北大学工学部 正 員 今村文彦
 東北大学工学部 正 員 首藤伸夫

1. はじめに

潮汐、津波など長波を扱う場合、通常では波数分散性は小さく無視できるが、大洋を伝播する津波のように伝播距離が長くなる時や、浅い陸棚が続き波形の曲率が大きく作用する時には重要になって来る。後者の場合を扱うには非線形性と分散性を取り入れる必要がある。しかし、この検討は一般に難しく、多くは一次元伝播問題として扱われてきた。本研究は非線形分散波理論の数値計算における実際問題に対する適用性に関し、数値計算と実験結果を比較して基礎的な検討を行ったものである。

2. 計算法

摩擦を考慮したBoussinesqの式をクラックニコルソン法を用いて差分化した。計算対象とする地形は水深が場所的に変化するものであるが、斜面に於いても分散項中の水深の効果は微小であり、水深一定としてもその誤差は数パーセント以内であることが知られている。よって、今回の計算は分散項中の水深変化は考慮しないものとする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} &= 0 & \eta: \text{水位} & \quad M: X \text{ 方向線流量} & \quad N: Y \text{ 方向線流量} \\ \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MM}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} &= \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} + \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 N}{\partial t \partial x \partial y} - \frac{gn^2 M \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{7/3}} & n: \text{Manningの粗度係数} \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{NM}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{NN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} &= \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 N}{\partial t \partial y^2} + \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x \partial y} - \frac{gn^2 N \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{7/3}} & D: \text{全水深}(h+n) \end{aligned}$$

初期条件は全領域にわたって波動なしとする。入射波としては、孤立波の第一次近似理論や実験データそのものを与える。境界条件は入射波を計算領域の左端に与え、そこでの反射波は自由透過とした。また領域右端での通過波は孤立波の際には自由透過を、実験データの際には完全反射の条件を与えた。計算格子間隔は、空間方向に25cm、時間方向に0.05secである。計算例として、まず、数値計算の精度を確かめるため、一次元伝播性の孤立波を入射波とし、その結果と実験値を比較する。次に、大型水槽実験結果（縦45m、横15m）との比較を行う。実験水路は図-3(a)に示すように、伝播距離で23.5mまでは水深50cmの水平床、25.5mから45mまでは水深30cmの水平床となっており、23.5mから25.5mの間は1/10勾配の斜面となっている。

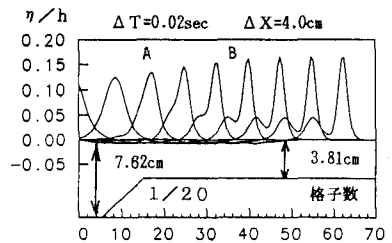


図-1 孤立波の空間波形

3. 計算結果及び実験との比較

図-1は、一次元伝播計算による孤立波の空間波形を描いたものである。縦軸は波高水深比を、横軸は伝播方向の格子数をとっている。孤立波は斜面を登ったところから変形し始め、主峰の後方には分裂波の発達がみられる。図-2は、Street¹⁾の実験結果と比較したものである。図-2(B)において、主峰近くでは実験値が小さく、背後では実験値の方に分散性が効いているようであるが、過去行われた高精度の計算や理論と比べても、ほぼ満足できる計算結果であると考えられる。

次に大型水槽実験との比較である。図-3(a)は実験水槽の地形を、図-3(b), (c), (d)は計算結果の一例である。図中

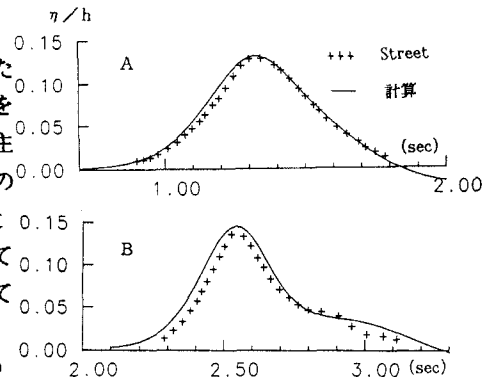


図-2 実験結果との比較

で手前より奥の方向へと伝播してゆく波は、伝播初期よりかなりの分散性を有しているとみられ、斜面を通過してからは、波の主峰が激しく分裂している様子がうかがえる。図-4は、図-3(a)中の矢印で示してある4地点（伝播距離15.5m地点、斜面の通過直前、通過直後及び、伝播距離33.5m地点）での時間波形の比較である。浅水理論による計算結果は波形の前傾化が大きく、波後方の分裂も生じていない。一方、分散波理論による計算結果は、斜面を通過してからの波高増加、主峰後方の分裂波とも実験値をよく再現している。図-5は主峰一波長に関して、実験との波形の差を示したものである。伝播当初の精度はよく、波形の差は10%以内である。しかし伝播するにつれてその差は漸増してゆき、水深が30cmと浅くなると波形の差は20%を越す。この差は主に波の引きの部分と、主峰後部の分裂波の部分によるものとみられる。同じ条件で浅水理論の場合は40%以上になり、第一次近似であるが分散性を取り入れることにより精度の向上が得られた。

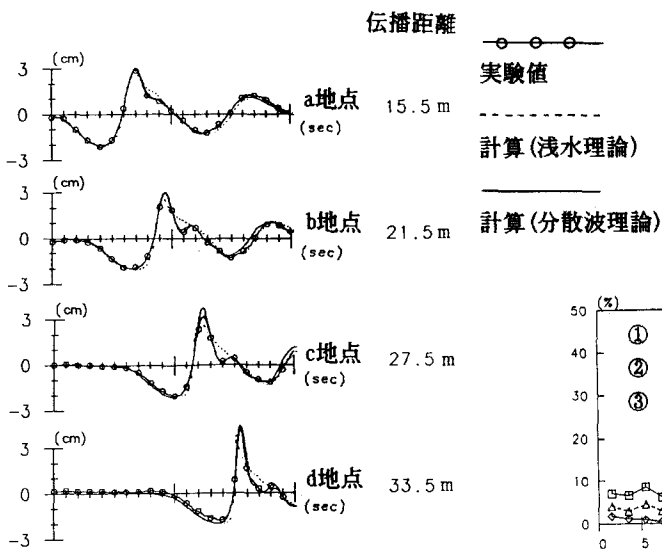
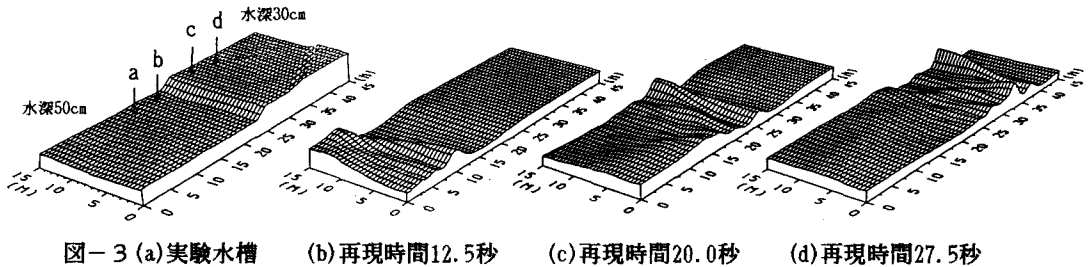


図-4 時間波形

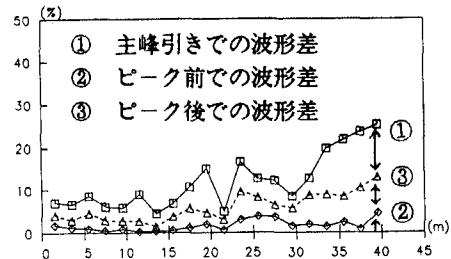
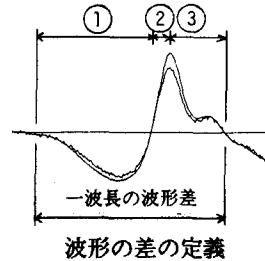


図-5 一波長の波形の差

4. おわりに

本研究では非線形分散波理論を用いた二次元伝播問題における数値計算を試みた。その結果、2次元の分散波理論の計算を安定して行うことは可能であり、実験値とも比較的よい一致が確かめられた。いままで浅水理論では再現することが難しかった現象、例えば、分散性の効いた波形も、良好な再現計算が出来ることとなった。ただし、計算条件を変えると精度が低下する場合もあり、適正な結果を得るための条件について検討する必要がある。

参考文献 1) Madsen, O. S. and C. C. Mei (1969): The transformation of a solitary wave

over an even bottom / J. F. M., vol. 39, part 4, pp781-791