

II-304

没水平板による波浪変形の線形解析

東京大学大学院 学生員 余 錫平
 東京大学工学部 正会員 磯部雅彦
 東京大学工学部 正会員 渡辺 晃

1. 序 論: 没水平板の波浪制御効果を予測するため、著者らは非定常緩勾配方程式に基づく数値モデルを提案した¹⁾。非定常緩勾配方程式を用いたのは傾斜板上での砕波現象をモデル化するためであったが、その結果、鉛直方向には積分された1次元解析となり、線形の進行波のみの存在を仮定したことになる。しかし、線形解析の範囲でも、鉛直2次元問題として厳密な境界条件を用いて解けば減衰定常波が生じ、1次元解析とは異なる結果を得る。本研究においては、水平な没水平板による非砕波の線形波浪変形に問題を限り、1次元解析結果を2次元解析結果と比較することによって1次元解析の適用性を調べる。

2. 1次元解析: 図-1の領域I, IIおよびIVにおいては水面変動 η および線流量 q に対する非定常緩勾配方程式(1)および(2)、また領域IIIにおいては流量 Q に対する管路の運動方程式(3)が基礎方程式となる¹⁾。また、境界条件は、水位とエネルギーフラックスを連続にする、式(4)および(5)である。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{n} \frac{\partial (nq)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial t} + c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{g(h-d)n_*}{2l} (\eta - \eta_{-l}) = 0 \quad \left(n_* = \frac{c_0^2 - c_1^2}{g(h-d)} \right) \quad (1), (2), (3)$$

$$\eta_I = \eta_{II}, \quad n_{II}q_I = n_{II}q_{II} + n_*Q \quad (x = -l), \quad \eta_{IV} = \eta_{II}, \quad n_{IV}q_{IV} = n_{II}q_{II} + n_*Q \quad (x = l) \quad (4), (5)$$

ここに、 n は浅水度係数、 c は波速、 η および η_{-l} は平板両端における水面変動、 g は重力加速度、 x は水平座標、 t は時間であり、添字 0 および 1 はそれぞれ水深 h および d における値を示す。平板が水平ならば、式(1)~(3)の一般解は x 軸の正および負の方向への進行波の重ね合わせとして解析的に求められる。そこで、境界条件式(4)および(5)を用いて定数を定めれば解が決定され、その結果、透過率 K_T と反射率 K_R は式(6)および(7)のようになる(k は波数)。

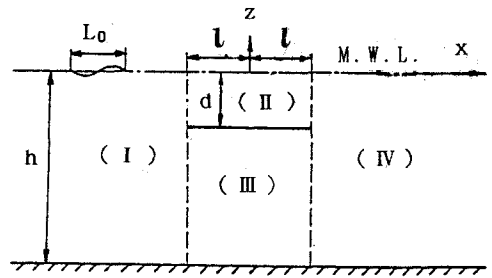


図-1 没水平板と領域の定義図

$$K_T = \left| \frac{2i\alpha}{\beta^2 - \alpha^2 - 1 - 2i\beta} \right|, \quad K_R = \left| \frac{\beta^2 - \alpha^2 + 1}{\beta^2 - \alpha^2 - 1 - 2i\beta} \right| \quad (6), (7)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_0 l} - \frac{n_1 k_0}{n_0 k_1^2 l} \right) \frac{n_*}{n_0} + \frac{n_1 k_0}{n_0 k_1 \sin 2k_1 l}, \quad \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_0 l} - \frac{n_1 k_0}{n_0 k_1^2 l} \right) \frac{n_*}{n_0} + \frac{n_1 k_0}{n_0 k_1 \tan 2k_1 l} \quad (8), (9)$$

3. 2次元解析: 速度ポテンシャルを、 $\Phi = \phi e^{i\sigma t}$ とおけば、領域I~IVにおける解²⁾は、

$$\phi_I = e^{-\lambda_0(x+l)} u_0(z) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{\lambda_n(x+l)} u_n(z), \quad \phi_{II} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(B_n \frac{\cosh \lambda'_n x}{\cosh \lambda'_n l} + C_n \frac{\sinh \lambda'_n x}{\sinh \lambda'_n l} \right) v'_n(z) \quad (10), (11)$$

$$\phi_{III} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(D_n \frac{\cosh \mu'_n x}{\cosh \mu'_n l} + E_n \frac{\sinh \mu'_n x}{\sinh \mu'_n l} \right) v'_n(z), \quad \phi_{IV} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n e^{-\lambda_n(x-l)} u_n(z) \quad (12), (13)$$

$$u_n(z) = \frac{\cos \lambda_n(h+z)}{\cos \lambda_n h}, \quad u'_n(z) = \frac{\cos \lambda'_n(d+z)}{\cos \lambda'_n d}, \quad v'_n(z) = \cos \mu'_n(h+z) \quad (14), (15), (16)$$

$$\sigma^2 = -g\lambda_n \tan \lambda_n h = -g\lambda'_n \tan \lambda'_n d, \quad \mu'_n = n\pi/(h-d) \quad (17), (18)$$

となる。なお、上式は圧縮された表示式になっており、式(17)において $\lambda_0 = ik$ のごとく純虚数となる解が1つずつ存在するが、 $\tan i\xi = i \tanh \xi$ 等の関係式を用いればこれらが進行波成分に対応することが確かめられる。境界条件は、 $x = \pm l$ において ϕ および $\partial \phi / \partial x$ が連続となることである。それぞれの地点において、 $-d \sim 0$

および $-h \sim -d$ のそれぞれの区間で $u'_m(z)$ および $v'_r(z)$ を乗じてから境界条件式を積分した結果を整理することにより次式を得る。

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\lambda'_m \tanh \lambda'_m l + \lambda_n) (u_n, u'_m) (A_n + F_n) = -(\lambda'_m \tanh \lambda'_m l - \lambda_0) (u_0, u'_m) \quad (19)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\mu'_r \tanh \mu'_r l + \lambda_n) (u_n, v'_r) (A_n + F_n) = -(\mu'_r \tanh \mu'_r l - \lambda_0) (u_0, v'_r) \quad (20)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\lambda'_m / \tanh \lambda'_m l + \lambda_n) (u_n, u'_m) (A_n - F_n) = -(\lambda'_m / \tanh \lambda'_m l - \lambda_0) (u_0, u'_m) \quad (21)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\mu'_r / \tanh \mu'_r l + \lambda_n) (u_n, v'_r) (A_n - F_n) = -(\mu'_r / \tanh \mu'_r l - \lambda_0) (u_0, v'_r) \quad (22)$$

$$(u_n, u'_m) = \int_{-d}^0 u_n(z) u'_m(z) dz, \quad (u_n, v'_r) = \int_{-h}^{-d} u_n(z) v'_r(z) dz \quad (23), (24)$$

上式の数値解を求めるに際し、領域 I・IV, II, および III のそれぞれに関係する係数 $A_n \cdot F_n$, $B_m \cdot C_m$, および $D_r \cdot E_r$ の添字の上限値を N , M , および R とすれば、 $N = M + R$ である。その際、 λ_M と μ_R がほぼ等しくなるように、 M と R を $d:(h-d)$ の比で配分した。解が求められると、 $|F_0|$ および $|A_0|$ がそれぞれ透過率および反射率を表わす。

4. 計算結果の比較・検討：図-2 は、1次元および2次元解析によって得られた透過率および反射率の変化を相対板長の関数として表わしている。(a) のように長波条件では、両者が一致するとともに長波近似を行った解³⁾とも当然一致する。しかし、水深が有限になると両者に有意な差が生ずるようになる。特に、全体として1次元解析の結果は2次元解析の結果を右側にずらしたようなものとなる。これは、2次元解析において、平板端部における鉛直流速を完全に0とするためにその前後で鉛直流速が小さくなるので、実際よりも平板が長く存在するような効果を与えるためである。したがって、1次元解析を準用しようとする場合には、あらかじめ2次元解析との比較によって評価された有効板長を用いる等の修正が必要であろう。今後、実験値との比較も含め、さらに詳しい検討を進める予定である。なお、原稿の清書に助力頂いた大学院生筒井純一君に謝意を表す。

参考文献：1) 青山ら(1988)：

第35回海講, 507-511, 2)

井島(1971)：水工研講義

集, B-1-1, 3) 服部・松本

(1971)：第24回海講, 266-

270.

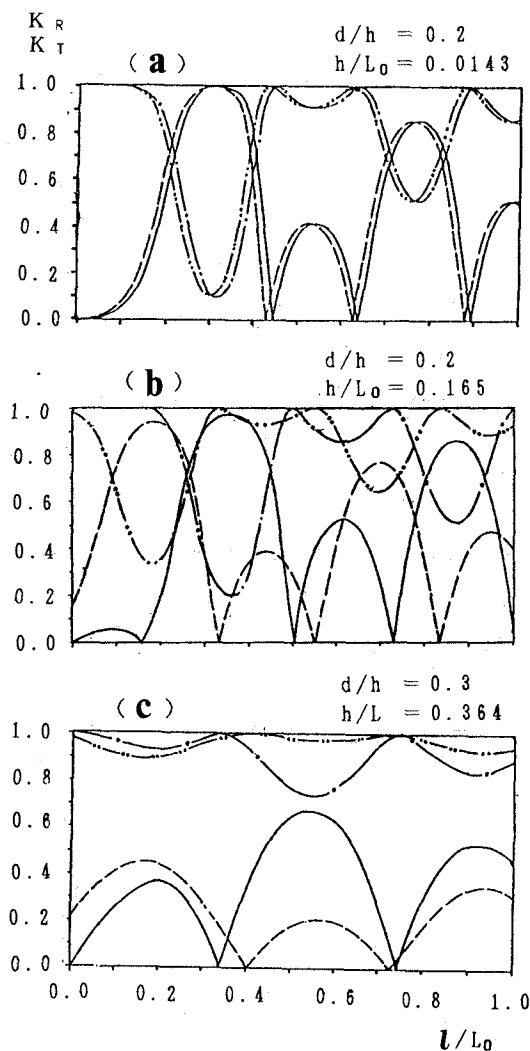


図-2 1次元および2次元解析による透過率と反射率の比較